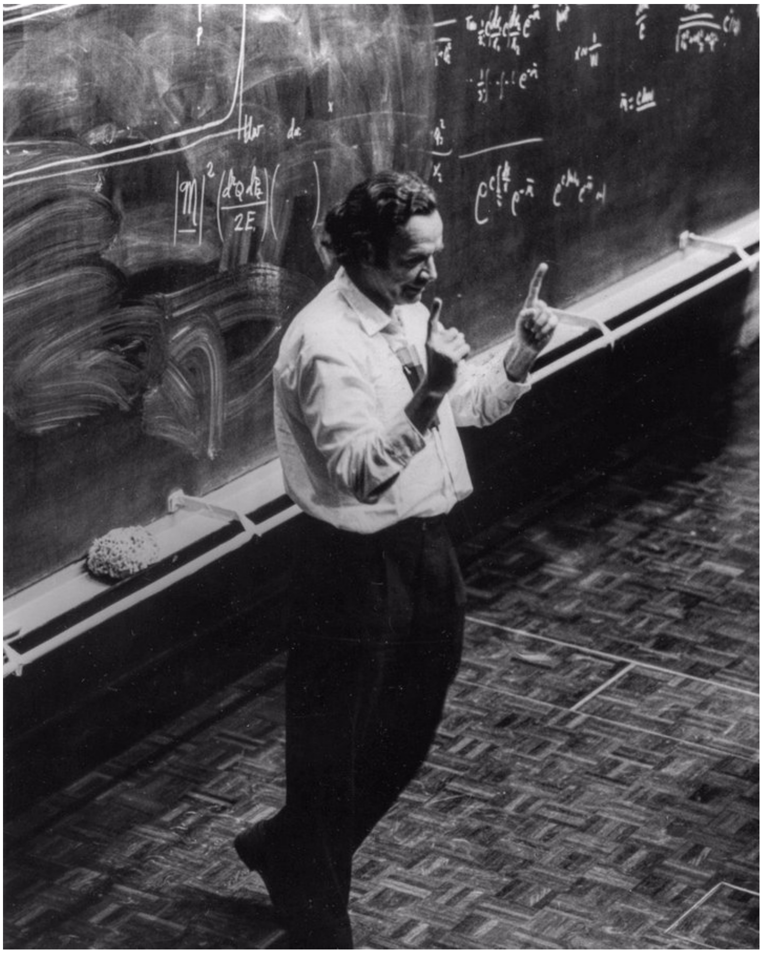
Cahier d'entraînement

— en physique-chimie —



Richard Feynman (1918–1988)

Cette photo a été prise alors que Richard Feynman donnait un cours au CERN en 1970.

Feynman est un physicien américain, l'un des plus influents de la seconde moitié du XXe siècle, en raison notamment de ses travaux sur l'électrodynamique quantique, les quarks et l'hélium superfluide.

Il a notamment marqué l'histoire de la physique par ses cours, réputés passionnants.

Page web du *Cahier d'entraînement*,
dernières versions

Ce cahier d'entraînement a été écrit collectivement par des professeurs en classes préparatoires scientifiques.

Coordination

Colas Bardavid et Jimmy Roussel

Équipe des participants

Stéphane Bargot, Claire Boggio, Cécile Bonnand, Alexis Brès, Geoffroy Burgunder, Erwan Capitaine, Caroline Chevalier, Maxime Defosseux, Raphaëlle Delagrange, Alexis Drouard, Gaelle Dumas, Alexandre Fafin, Jean-Julien Fleck, Aéla Fortun, Florence Goutverg, Chahira Hajlaoui, Mathieu Hebding, Lucas Henry, Didier Hérisson, Jean-Christophe Imbert, Fanny Jospitre, Tom Kristensen, Emmanuelle Laage, Catherine Lavainne, Maxence Miguel-Brebion, Anne-Sophie Moreau, Louis Péault, Isabelle Quinot, Valentin Quint, Alain Robichon, Caroline Rossi-Gendron, Nancy Saussac, Anthony Yip

Le pictogramme de l'horloge a été créé par Ralf Schmitzer (The Noun Project).

Le pictogramme du bulldozer a été créé par Ayub Irawan (The Noun Project).

Version 1.2.5 — 16 mai 2026

Sommaire

Mode d'emploi

Qu'est-ce que le cahier d'entraînement ?

Le *cahier d'entraînement en physique-chimie* est un outil destiné à renforcer l'acquisition de **réflexes utiles en physique et en chimie**.

Il ne se substitue en aucun cas aux TD donnés par votre professeur ; travailler avec ce cahier d'entraînement vous permettra en revanche d'aborder avec plus d'aisance les exercices de physique-chimie.

Pour donner une analogie, on pourrait dire que ce cahier d'entraînement est comparable aux **exercices de musculation** d'un athlète : ils sont nécessaires pour mieux réussir le jour J lors de la compétition, mais ils ne sont pas suffisants. Un coureur de sprint fait de la musculation, mais il fait également tout un tas d'autres exercices.

Ce cahier a été conçu par une large équipe de professeurs en classes préparatoires, tous soucieux de vous apporter l'aide et les outils pour réussir.

Comment est-il organisé ?

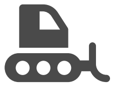
Le cahier est organisé en *fiches d'entraînement*, chacune correspondant à un thème issu du programme de première année d'enseignement supérieur.

Les thèmes choisis sont dans l'ensemble au programme de toutes les CPGE. De rares thèmes sont spécifiques à la filière PCSI, mais les intitulés sont suffisamment clairs pour que vous puissiez identifier facilement les fiches qui vous concernent.

Chaque fiche est composée d'une suite de petits exercices, appelés *entraînements*, dont le temps de résolution estimé est indiqué par une (), deux (), trois () ou quatre () horloges.

Les exercices « bulldozer »

Certains entraînements sont accompagnés d'un pictogramme représentant un bulldozer.



Ces entraînements sont **basiques et transversaux**.

Les compétences qu'ils mettent en jeu ne sont pas forcément spécifiques au thème de la fiche et peuvent être transversales.

Ce pictogramme a été choisi parce que le bulldozer permet de construire les fondations et que c'est sur des fondations solides que l'on bâtit les plus beaux édifices. Ces entraînements sont donc le gage pour vous d'acquérir un socle solide de savoir-faire.

Comment utiliser ce cahier ?

Le cahier d'entraînement ne doit pas remplacer vos TD. Il s'agit d'un outil à utiliser en complément de votre travail « normal » en physique-chimie (apprentissage du cours, recherche de TD, recherche des DM).

Un travail personnalisé.

Le cahier d'entraînement est prévu pour être **utilisé en autonomie**.

Choisissez vos entraînements en fonction des difficultés que vous rencontrez, des chapitres que vous étudiez, ou bien en fonction des conseils de votre professeur.

Ne cherchez pas à faire linéairement ce cahier : les fiches ne sont pas à faire dans l'ordre, mais en fonction des points que vous souhaitez travailler.

Un travail régulier.

Pratiquez l'entraînement à un rythme régulier : **une dizaine de minutes par jour** par exemple. Privilégiez un travail régulier sur le long terme plutôt qu'un objectif du type « faire dix fiches par jour pendant les vacances ».

Un travail efficace.

Utilisez les réponses et les corrigés de façon appropriée : il est important de chercher suffisamment par vous-même avant d'aller les regarder. Il faut vraiment **persévérer** dans votre raisonnement et vos calculs avant d'aller voir le corrigé si vous voulez que ces entraînements soient efficaces.

Une erreur ? Une remarque ?

Si jamais vous voyez une erreur d'énoncé ou de corrigé, ou bien si vous avez une remarque à faire, n'hésitez pas à écrire à l'adresse `cahier.entrainement@gmail.com`.

Si vous pensez avoir décelé une erreur, merci de donner aussi l'identifiant de la fiche, écrit en gris en haut à gauche de chaque fiche.

Énoncés

Conversions

Prérequis
Unités du Système international. Écriture scientifique.

Unités et multiples

Entraînement 1.1 — Multiples du mètre (I).

Écrire les longueurs suivantes en mètres et en écriture scientifique.

contenu...

a) 1 dm ......
c) 3 mm .....
e) 5,2 pm ....
b) 2,5 km ....
d) 7,2 nm ....
f) 13 fm .....

Entraînement 1.2 — Multiples du mètre (II).

Écrire les longueurs suivantes en mètres et en écriture scientifique.

a) 150 km ....
c) 234 cm ....
e) 0,23 mm ..
b) 0,7 pm ....
d) 120 nm ....
f) 0,41 nm ...

Entraînement 1.3 — Vitesse d'un électron.

La vitesse d'un électron est $v = \sqrt{\dfrac{2eU}{m_e}}$, où $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C est la charge d'un électron, $U = 0{,}150$ kV est une différence de potentiel et $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-28}$ g est la masse d'un électron.

a) Calculer v en m/s ....

b) Calculer v en km/h ....

Entraînement 1.4 — Avec des joules.

On considère la grandeur $T = 0{,}67$ kWh. *On rappelle que* 1 J = 1 Ws.

Convertir T en joules, en utilisant le multiple le mieux adapté ....

Entraînement 1.5 — Valeur d'une résistance.

La résistance d'un fil en cuivre est donnée par la formule $R = \dfrac{\ell}{\gamma S}$, où $\gamma = 59\,\mathrm{MS/m}$ est la conductivité du cuivre, où $\ell = 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{cm}$ est la longueur du fil et où $S = 3{,}1\,\mathrm{mm}^2$ est sa section.

*L'unité des résistances est l'*ohm*, notée « Ω ». L'unité notée « S » est le* siemens *; on a* $1\,\Omega = 1\,\mathrm{S}^{-1}$.

Calculer R (en ohms) ....

Entraînement 1.6 — Ronna, ronto, quetta et quecto.

En novembre 2022, lors de la 27e réunion de la Conférence générale des poids et mesures, a été officialisée l'existence de quatre nouveaux préfixes dans le système international :

Facteur multiplicatif	Préfixe	Symbole
10^{27}	ronna	R
10^{-27}	ronto	r
10^{30}	quetta	Q
10^{-30}	quecto	q

On donne les masses de quelques objets :

Soleil	Jupiter	Terre	proton	électron
$1{,}99 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$	$1{,}90 \cdot 10^{27}\,\mathrm{kg}$	$5{,}97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$	$1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$	$9{,}10 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$

Convertir ces masses en utilisant ces nouveaux préfixes (en écriture scientifique).

a) Soleil (en Rg) ....

b) Soleil (en Qg) ....

c) Jupiter (en Rg) ....

d) Jupiter (en Qg) ....

e) Terre (en Rg) ....

f) Terre (en Qg) ....

g) proton (en rg) ....

h) proton (en qg) ....

i) électron (en rg) ....

j) électron (en qg) ....

Règle de trois et pourcentages

Entraînement 1.7 — Un peu de cuisine.

Les ingrédients pour un gâteau sont : 4 œufs, 200 g de farine, 160 g de beurre, 100 g de sucre et 4 g de sel. On décide de faire la recette avec 5 œufs. Combien de grammes faut-il de :

a) farine ? ....

b) beurre ? ....

c) sucre ? ....

d) sel ? ....

Entraînement 1.8 — Pourcentages.

Convertir en pourcentage :

a) 0,1 ....

b) 0,007 ....

c) $\frac{1}{2}$ ....

d) $\frac{1}{20}$ ....

e) $\frac{9}{5}$ ....

f) un quart de 2 % ....

Entraînement 1.9 — Énergie en France (I).

Les origines de l'énergie primaire consommée en France (en 2020) sont : nucléaire 40,0 %, pétrole 28,1 %, gaz 15,8 %, biomasse 4,4 %, charbon 2,5 % hydraulique 2,4 %, éolien 1,6 %.

Quel pourcentage occupent les autres énergies (solaire, biocarburants, etc.) ? ....

Entraînement 1.10 — Énergie en France (II).

La consommation primaire totale en France est de 2 571 TWh.

À l'aide des données de l'entraînement précédent, calculer (en « TWh ») les quantités d'énergie créées par les sources suivantes :

a) nucléaire ....

b) pétrole ....

c) gaz ....

d) biomasse ....

e) charbon ....

f) hydraulique ....

g) éolien ....

h) autre ....

Entraînement 1.11 — Abondance des éléments dans la croûte terrestre.

L'abondance chimique d'un élément peut être exprimée en « parties par centaine » (notée %, on parle communément de « pourcentage »), en « parties par millier » (notée ‰, on parle aussi de « pour mille ») ou encore en « parties par million » (notée « ppm »).

Les abondances de quelques éléments chimiques constituant la croûte terrestre sont :

Silicium	Or	Hydrogène	Fer	Oxygène	Cuivre
275 ‰	$1{,}0 \times 10^{-7}$ %	1,4 ‰	50 000 ppm	46 %	50 ppm

Quel est l'élément le moins abondant ? ....

Longueurs, surfaces et volumes

Entraînement 1.12 — Taille d'un atome.

La taille d'un atome est de l'ordre de 0,1 nm.

a) Quelle est sa taille en m (écriture scientifique) ? ....

b) Quelle est sa taille en m (écriture décimale) ? ....

Entraînement 1.13 — Alpha du centaure.

La vitesse de la lumière dans le vide est $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s. Une année dure 365,25 jours. Alpha du centaure est à une distance de 4,7 années-lumière de la Terre.

a) Quelle est cette distance en m (écriture scientifique) ? ....

b) Quelle est cette distance en km (écriture scientifique) ? ....

Entraînement 1.14 — Avec des hectares.

La superficie de la France est de 672 051 km^2. L'île danoise de Bornholm (au nord de la Pologne) a une superficie de 589 km^2. Un hectare (ha) est la surface d'un carré de 100 m de côté.

Donner les superficies suivantes :

a) un hectare (en m^2) ....

b) un hectare (en km^2) ....

c) la France (en m^2) ....

d) la France (en ha) ....

e) Bornholm (en m^2) ....

f) Bornholm (en ha) ....

Entraînement 1.15 — Volume.

a) Peut-on faire tenir 150 mL d'huile dans un flacon de $2{,}5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^3$? ....

b) Peut-on faire tenir 1,5 L d'eau dans un flacon de $7{,}5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^3$? ....

Masse volumique, densité et concentration

Entraînement 1.16 — Masse volumique.

Si on néglige la masse du contenant, une bouteille d'eau de 1 L a une masse de 1 kg. Un verre doseur rempli indique, pour la même graduation, eau : 40 cL et farine : 250 g.

a) Quelle est la masse volumique de l'eau en $\mathrm{kg/m^3}$? ....

b) Quelle est la masse volumique de la farine ? ....

Entraînement 1.17 — Densité.

La densité d'un corps est le rapport $\dfrac{\rho_{\text{corps}}}{1\ 000\,\mathrm{kg/m^3}}$, où ρ_{corps} est la masse volumique du corps en question.

a) Une barre de fer de volume 100 mL pèse 787 g. Quelle est la densité du fer ? ....

b) Un cristal de calcium a une densité de 1,6. Quelle est sa masse volumique (en $\mathrm{kg/m^3}$) ?

Entraînement 1.18 — Un combat de masse.

On possède un cube de 10 cm en plomb de masse volumique $11{,}20\,\mathrm{g/cm^3}$ et une boule de rayon 15 cm en or de masse volumique $19\ 300\,\mathrm{kg/m^3}$. On rappelle que le volume d'une boule de rayon R est $\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Lequel possède la plus grande masse ? ....

Entraînement 1.19 — Prendre le volant ?

Le taux maximal d'alcool dans le sang pour pouvoir conduire est de 0,5 g d'alcool pour 1 L de sang.

A-t-on le droit de conduire avec 2 mg d'alcool dans $1\ 000\,\mathrm{mm}^3$ de sang ? ....

Autour de la vitesse

Entraînement 1.20 — **Le guépard ou la voiture ?**

Un guépard court à 28 m/s et un automobiliste conduit une voiture à 110 km/h sur l'autoroute.

Lequel est le plus rapide ? ....

Entraînement 1.21 — **Classement de vitesses.**

On considère les vitesses suivantes : 20 km/h, 10 m/s, 1 année-lumière/an, 22 mm/ns, 30 dm/s et 60 cm/ms.

a) Laquelle est la plus petite ? ....

b) Laquelle est la plus grande ? ....

Entraînement 1.22 — **Vitesses angulaires.**

La petite aiguille d'une montre fait un tour en 1 h, la Terre effectue le tour du Soleil en 365,25 j.

Quelles sont leurs vitesses angulaires :

a) en tours/min (l'aiguille) ? ....

b) en rad/s (l'aiguille) ? ....

c) en tours/min (la Terre) ? ....

d) en rad/s (la Terre) ? ....

Réponses mélangées

$10\,000\ \mathrm{m^2}$	$30\ \mathrm{dm/s}$	$625\ \mathrm{kg/m^3}$	$0{,}017$ tour/min	62 TWh	$1 \cdot 10^{-1}$ m		
oui	$1{,}90 \cdot 10^{3}$ Rg	$7{,}87$	722 TWh	$1{,}99 \cdot 10^{3}$ Qg	$7{,}2 \cdot 10^{-9}$ m	$1{,}90$ Qg	
134 TWh	$0{,}000\,000\,000\,1$ m	406 TWh	$7 \cdot 10^{-13}$ m	$4{,}33 \cdot 10^{13}$ km	113 TWh		
$9{,}10 \cdot 10^{2}$ qg	l'or	$2{,}6 \cdot 10^{7}$ km/h	200 g	$9{,}10 \cdot 10^{-1}$ rg	$1{,}67 \cdot 10^{6}$ qg	$3 \cdot 10^{-3}$ m	
$5{,}89 \cdot 10^{4}$ ha	La voiture	$1{,}99 \cdot 10^{6}$ Rg	$4{,}43 \cdot 10^{16}$ m	$0{,}001\,7$ rad/s	$2{,}3 \cdot 10^{-4}$ m		
$180\,\%$	$10\,\%$	$1{,}20 \cdot 10^{-7}$ m	250 g	$1{,}50 \cdot 10^{5}$ m	125 g	$6{,}72 \cdot 10^{7}$ ha	
La boule en or	$5\,\%$	64 TWh	$1{,}67 \cdot 10^{3}$ rg	$0{,}01\ \mathrm{km^2}$	$1{,}99 \cdot 10^{-7}$ rad/s		
$5{,}5 \cdot 10^{-2}\ \Omega$	$1 \cdot 10^{-10}$ m	oui	$1{,}6 \times 10^{3}\ \mathrm{kg/m^3}$	$5{,}97 \cdot 10^{-3}$ Qg	$6{,}72 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m^2}$		
1 année-lumière/an	$50\,\%$	$1{,}90 \cdot 10^{-6}$ tour/min	$2{,}34$ m	$5{,}2\,\%$	$1 \cdot 10^{3}\ \mathrm{kg/m^3}$		
$5{,}97$ Rg	$0{,}7\,\%$	41 TWh	5 g	$4{,}1 \cdot 10^{-10}$ m	$5{,}2 \cdot 10^{-12}$ m	$0{,}5\,\%$	non
$2{,}4$ MJ	$1{,}03 \times 10^{3}$ TWh	$5{,}89 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m^2}$	$7{,}3 \cdot 10^{6}$ m/s	$2{,}5 \cdot 10^{3}$ m	$1{,}3 \cdot 10^{-14}$ m		

► Réponses et corrigés page 34

Signaux

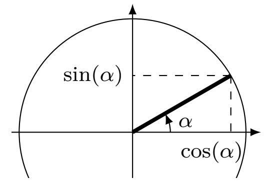
Prérequis
Fonctions trigonométriques.
Signaux périodiques (fréquence, période, pulsation, longueur d'onde, phase).

Autour des fonctions trigonométriques

Entraînement 2.1 — Cercle trigonométrique.

Sur le cercle trigonométrique ci-contre, $\cos(\alpha)$ se lit sur l'axe des abscisses et $\sin(\alpha)$ se lit sur l'axe des ordonnées.

Exprimer les fonctions suivantes en fonction de $\cos(\alpha)$ et $\sin(\alpha)$.



a) $\sin(\alpha + \pi)$ ....

b) $\cos(\alpha + \pi/2)$ ....

c) $\sin(\alpha + \pi/2)$ ....

d) $\sin(\pi/2 - \alpha)$ ....

Entraînement 2.2 — Dérivée de signaux.

Pour chaque signal ci-dessous, calculer sa dérivée par rapport à t.

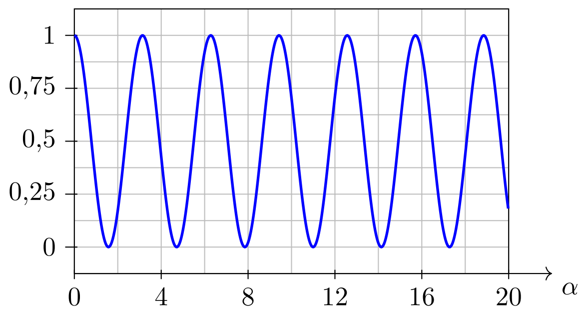
a) $\sin(2t)$ ....

b) $\cos^2(t + 4)$ ....

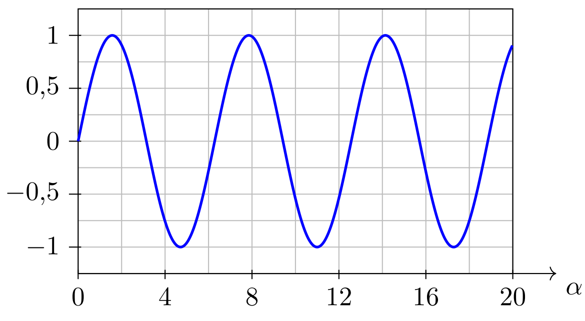
c) $\cos(t) \times \sin(t)$ .....

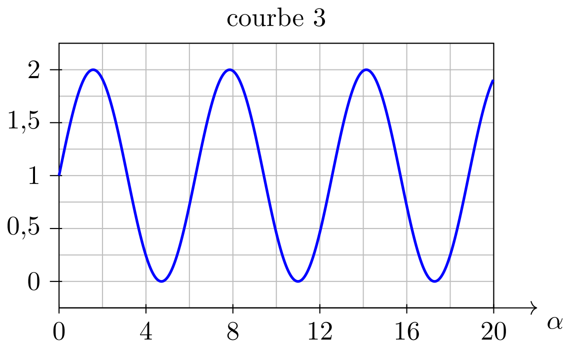
Entraînement 2.3 — Représentations graphiques.

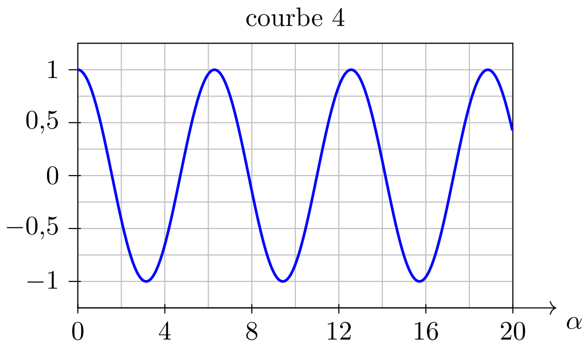
courbe 1



courbe 2







Pour les quatre graphiques ci-dessus, α est exprimé en radians.

Associer chaque fonction à sa courbe représentative.

a) $\sin(\alpha)$ ....

c) $1 + \sin(\alpha)$ ....

b) $\cos(\alpha)$ ....

d) $\cos^2(\alpha)$ ....

Propagation d'un signal

Entraînement 2.4 — Éclair et tonnerre.

La foudre est une décharge électrique qui se produit pendant les orages et qui entraîne une lumière intense (l'éclair) et un grondement sourd (le tonnerre).

La lumière se propage à la vitesse $c = 3{,}00 \times 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ et le son se propage à la vitesse $c_s = 344\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Vous mesurez à l'aide d'un chronomètre la durée entre le moment où vous voyez l'éclair et le moment où vous entendez le tonnerre : vous trouvez $\Delta t = 5,0 \pm 0{,}5\,\mathrm{s}$.

a) On considère que la lumière se propage instantanément entre le lieu de l'éclair et votre position.

Déterminer la distance à laquelle la foudre a frappé ....

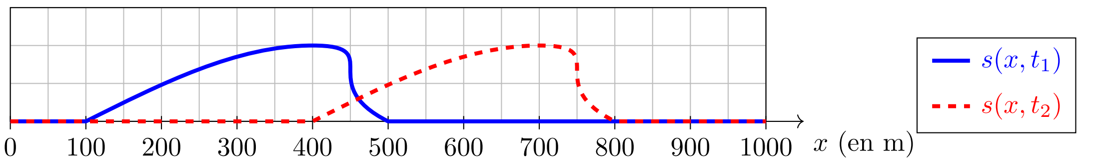
b) En déduire la durée de propagation de la lumière entre l'endroit où la foudre a frappé et votre position.

....

c) L'hypothèse faite à la première question est-elle justifiée ? ....

Entraînement 2.5 — Vitesse de propagation.

Une vague $s(x,t)$ se propage en direction des côtes. Ci-dessous, on représente l'allure de la surface de l'eau aux instants $t_1 = 0\,\mathrm{min}$ et $t_2 = 1\,\mathrm{min}$.



Déterminer la vitesse de propagation de la vague en km/h ....

Réponses mélangées

Courbe 3	oui	$\cos(\alpha)$	Courbe 4	$18\,\mathrm{km/h}$	Courbe 2
$1{,}7\,\mathrm{km}$	$-\sin(\alpha)$	$2\cos(2t)$	Courbe 1	$\cos^2(t) - \sin^2(t) = \cos(2t)$	
$\cos(\alpha)$	$-\sin(\alpha)$	$5{,}7\,\mu\mathrm{s}$	$-2\sin(t+4)\cos(t+4) = -\sin(2t+8)$		

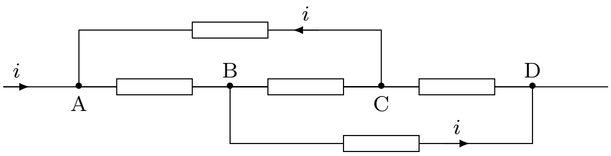
▶ Réponses et corrigés page 37

Étude des circuits électriques I

Prérequis
Lois des nœuds. Loi des mailles. Loi d'Ohm.

Autour du courant électrique

Entraînement 3.1 — Loi des nœuds (I).



Les courants indiqués sur le schéma ci-dessus sont algébriques.

En utilisant la loi des nœuds, déterminer en fonction de i les courants suivants (on note i_{AB} le courant qui va de A vers B, etc.) :

a) i_{AB} ....

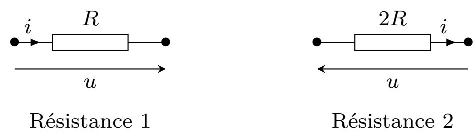
b) i_{BC} ....

c) i_{CD} ....

Loi d'Ohm

Entraînement 3.2 — Caractéristiques.

On considère les cas suivants :



Dans chaque cas, exprimer i en fonction de u et R.

a) Résistance 1 ....

b) Résistance 2 ....

Entraînement 3.3 — Quelle résistance choisir ?

La résistance équivalente d'un dipôle s'écrit :

$$R_{\text{eq}} = \frac{4R(R+R')}{2R+R'}.$$

Déterminer la valeur de R' pour que :

a) $R_{\text{eq}} = 3R$ .... ☐ b) $R_{\text{eq}} = \frac{8}{3}R$ .... ☐ c) $R_{\text{eq}} = 2R$ .... ☐

Résoudre une équation électrique

Entraînement 3.4 — Une équation de maille.

Dans un circuit, la loi des mailles se traduit par la relation $R_1 I + R_2(I_0 + I) = 2R_2 I_0$.

a) On suppose que $R_1 = 2R_2$. Exprimer I en fonction de I_0 .... ☐

b) Exprimer I en fonction de R_1, R_2 et I_0 .... ☐

Réponses mélangées

R	$2R$	0	$\frac{I_0}{3}$	$u/2R$	$2i$	0	i	$-u/R$	$\frac{R_2}{R_1+R_2}I_0$

▶ Réponses et corrigés page 39

Étude des circuits électriques II

Prérequis
La fiche **Étude des circuits électriques I** et les équations différentielles.

Circuits du premier ordre

On dit qu'un circuit est *du premier ordre* quand il est régi par une équation différentielle qui se met sous la forme canonique suivante :

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}x(t) = f(t), \qquad (*)$$

où τ est la constante de temps représentative de la durée du régime transitoire.

Quand l'équation différentielle est écrite comme dans $(*)$, on dit qu'elle est *sous forme canonique*.

Entraînement 4.1 — Constantes de temps.

On donne des exemples d'équations différentielles régissant des grandeurs électriques d'un circuit.

Dans chaque cas, déterminer l'expression de la constante de temps τ.

a) $L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} = E - Ri(t)$ ....

b) $RC\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} = E - 2u_C(t)$ ....

Entraînement 4.2 — Allez, on s'entraîne !

N'oubliez pas d'exprimer une solution particulière avant d'appliquer les conditions initiales !

a) Résoudre $\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_C(t) = \frac{E}{\tau}$ avec $u_C(0) = 0$ ....

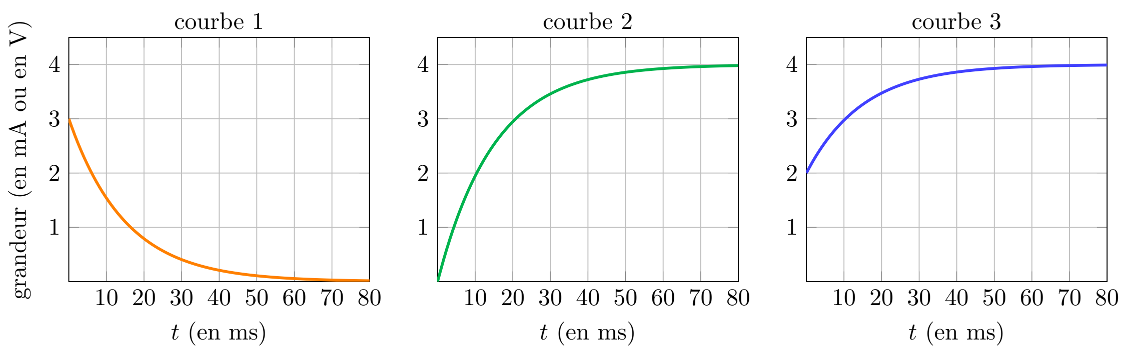
b) Résoudre $\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}i(t) = 0$ avec $i(0) = \frac{E}{R}$ ....

c) Résoudre $\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u(t) = \frac{E}{2\tau}$ avec $u(0) = \frac{E}{2}$ ....

Entraînement 4.3 — Analyse de courbes.

Les graphes ci-dessous représentent l'évolution de trois grandeurs au cours du temps :

- deux tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$;
- une intensité $i(t)$.



a) On a :

$$u_1(t) = E_1\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right).$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1 (b) courbe 2 (c) courbe 3

....

b) On a :

$$u_2(t) = E_2\left(1 - \frac{\mathrm{e}^{-t/\tau}}{2}\right).$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1 (b) courbe 2 (c) courbe 3

....

c) On a :

$$i(t) = \frac{E_1}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}.$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1 (b) courbe 2 (c) courbe 3

....

Déterminer les valeurs numériques de :

d) E_1 ....

e) E_2 ....

f) R ....

Réponses mélangées

$i(t) = \dfrac{E}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$ $\quad$ $4\,\mathrm{V}$ $\quad$ (a) $\quad$ $1{,}3\,\mathrm{k\Omega}$ $\quad$ (b) $\quad$ $\dfrac{L}{R}$

$u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$ $\quad$ $\dfrac{RC}{2}$ $\quad$ $u_C(t) = \dfrac{1}{2}E$ $\quad$ $4\,\mathrm{V}$ $\quad$ (c)

► Réponses et corrigés page 40

Énergie et puissance électriques

Prérequis
Puissance électrique. Relation puissance-énergie. Effet Joule.

Pour commencer

Entraînement 5.1 — Puissance et énergie.

Le chargeur d'un téléphone portable consomme une puissance de 5 W. La charge complète de la batterie (à partir d'une batterie vide) prend 55 min.

Calculer l'énergie E contenue dans la batterie :

a) en joules ....

b) en watts-heures (Wh) ....

Entraînement 5.2 — Voiture de série contre Formule 1.

Les voitures de course « Formule 1 » sont des véhicules hybrides : elles possèdent à la fois un moteur thermique et un moteur électrique. On souhaite comparer le moteur électrique d'une Formule 1 à celui d'une simple voiture électrique de série.

On donne les informations suivantes :

	Hyundai Ioniq 6	Formule 1
Capacité batterie	77,4 kWh	4 MJ
Puissance moteur	239 kW	160 cv
Consommation moyenne	15,1 kWh/100km	

On indique que 1 cv = 0,735 kW.

a) Calculer l'autonomie en km de la batterie de la Hyundai Ioniq 6 ....

b) Quel véhicule possède la batterie de plus grande capacité ? ....

c) Quel véhicule possède le moteur électrique le plus puissant ? ....

Réponses mélangées

16,5 kJ   Hyundai Ioniq 6   513 km   Hyundai Ioniq 6   4,6 Wh

▶ Réponses et corrigés page 42

Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes

Prérequis
Lois de Snell-Descartes. Notions de base sur les ondes lumineuses et leur propagation dans un milieu. Notions de base de géométrie concernant les angles.
Constantes utiles
→ célérité de la lumière dans le vide : $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
→ constante de Planck : $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$

Lois de Snell-Descartes

Entraînement 6.1 — Conversions d'angles (I).

Soit α_{rad} la mesure d'un angle en radians, α_{deg} sa mesure en degrés et α_{min} sa mesure en minutes d'angle.

a) Exprimer α_{rad} en fonction de α_{deg} ....

b) Exprimer α_{min} en fonction de α_{deg} ....

Entraînement 6.2 — Conversions d'angles (II).

a) $\alpha = 35{,}65°$. Exprimer α en degrés et en minutes d'angle ....

b) $\beta = 98°15'$. Exprimer β en radians ....

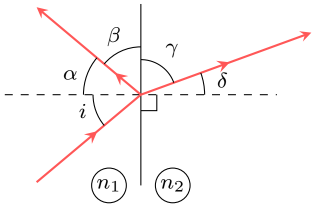
c) $\gamma = 1{,}053\,\text{rad}$. Exprimer γ en degrés et en minutes d'angle ....

Entraînement 6.3 — Un rayon incident sur un dioptre.

On considère un rayon incident arrivant sur un dioptre séparant deux milieux d'indices respectifs n_1 et n_2.

Ce rayon fait un angle i avec la normale au dioptre.

Tous les angles figurant sur le schéma sont non orientés.



Exprimer chacun des angles suivants en fonction de i et/ou de n_1 et n_2 (en radians) :

a) α ....

b) β ....

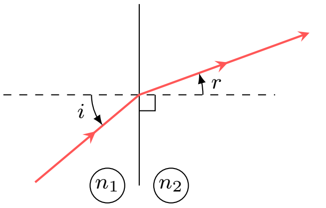
c) δ ....

d) γ ....

Entraînement 6.4 — Un autre rayon incident sur un dioptre.

On considère un rayon incident arrivant sur un dioptre séparant deux milieux d'indices respectifs n_1 et n_2. Ce rayon fait un angle i avec la normale au dioptre alors que le rayon réfracté fait un angle r.

On donne $n_1 = 1{,}00$ et $n_2 = 1{,}45$.



a) Pour $i = 24{,}0°$, que vaut r en degrés ? ....

b) Pour $i = 6{,}74 \times 10^{-1}$ rad, que vaut r en degrés ? ....

c) Pour $r = 15{,}0°$, que vaut i en degrés ? ....

Sources lumineuses

Entraînement 6.5 — Propagation de la lumière.

Un laser vert émet une radiation lumineuse de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532\,\text{nm}$. Calculer :

a) la fréquence de l'onde ....

b) l'énergie d'un photon ....

Réponses mélangées

$60 \times \alpha_{\text{deg}}$ $\quad 35°39'$ $\quad 1{,}715\,\text{rad}$ $\quad 16{,}3°$ $\quad 564\,\text{THz}$ $\quad i$ $\quad \dfrac{\pi}{2} - \arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)$

$\arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)$ $\quad 25{,}5°$ $\quad 3{,}74 \times 10^{-19}\,\text{J}$ $\quad \dfrac{\pi}{180} \times \alpha_{\text{deg}}$ $\quad 22{,}0°$ $\quad \dfrac{\pi}{2} - i$ $\quad 60°20'$

► Réponses et corrigés page 43

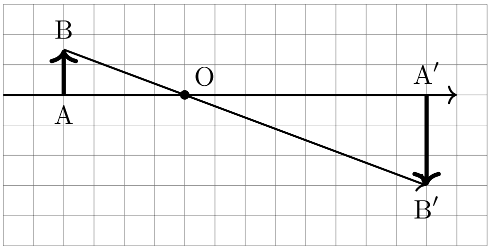
Lentilles

Prérequis
Propriétés des lentilles minces dans les conditions de Gauss. Vergence.
Relations de conjugaison des lentilles minces.

Grandeurs algébriques

Entraînement 7.1 — Configuration de Thalès et grandissement.

On considère la situation représentée sur le schéma ci-dessous.



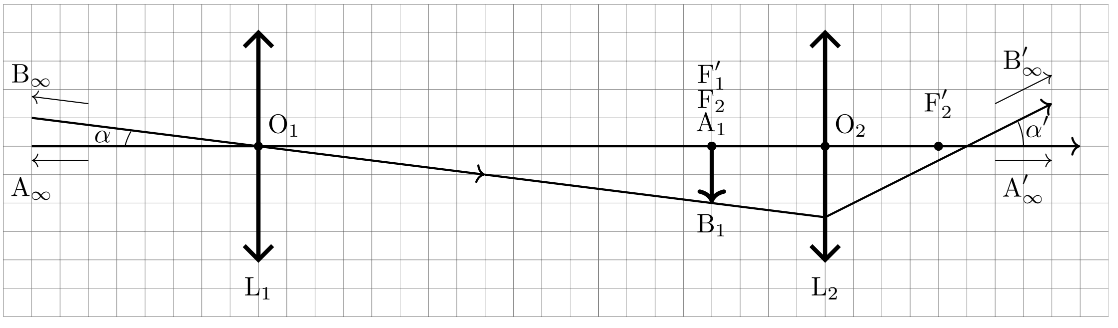
On note $\overline{x}$ la valeur algébrique de la longueur x et on définit le grandissement γ par la relation :

$$\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}}.$$

a) Donner la relation reliant $\overline{\mathrm{OA}}$, $\overline{\mathrm{OA'}}$, $\overline{\mathrm{AB}}$ et $\overline{\mathrm{A'B'}}$ ....

b) Déterminer la valeur numérique de γ ....

Entraînement 7.2 — Schéma optique d'une lunette astronomique afocale.



Le schéma ci-dessus modélise une lunette astronomique afocale, où un carreau correspond à une longueur réelle de 2,5 cm.

Calculer les distances algébriques suivantes :

a) $\overline{O_1F_1'}$ ....

b) $\overline{O_2F_2}$ ....

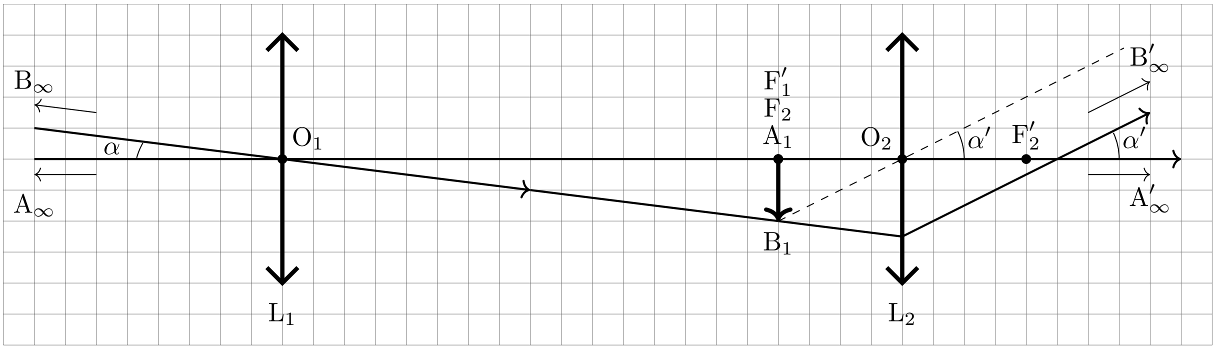
c) $\overline{O_2O_1}$ ....

d) $\overline{A_1F_2'}$ ....

Entraînement 7.3 — Grossissement d'une lunette astronomique afocale.

On considère la lunette astronomique afocale schématisée dans l'entraînement précédent.

Elle est constituée d'un objectif (lentille convergente L_1) et d'un oculaire (lentille convergente L_2) alignés sur le même axe optique.



On introduit les grandeurs suivantes :

- la distance focale image de l'objectif, notée f_1'
- la distance focale image de l'oculaire, notée f_2'
- l'objet lointain observé par la lunette, noté $\overline{A_\infty B_\infty}$
- l'image intermédiaire de l'objet par l'objectif, notée $\overline{A_1B_1}$
- l'image à l'infini de l'image intermédiaire par l'oculaire, notée $\overline{A'_\infty B'_\infty}$
- le diamètre apparent α de l'objet
- le diamètre apparent α' de l'image

On définit le grossissement de la lunette, noté G, comme le rapport du diamètre apparent de l'objet observé à la lunette sur le diamètre apparent réel de l'objet.

Autrement dit, on pose :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

Dans cet entraînement, les angles ne seront pas orientés et on travaillera avec des longueurs plutôt que des valeurs algébriques.

a) Exprimer α en fonction de A_1B_1 et d'une distance focale.

....

b) Exprimer α' en fonction de A_1B_1 et d'une distance focale.

....

c) Exprimer G en fonction de f'_1 et de f'_2.

....

d) Déterminer la valeur de G.

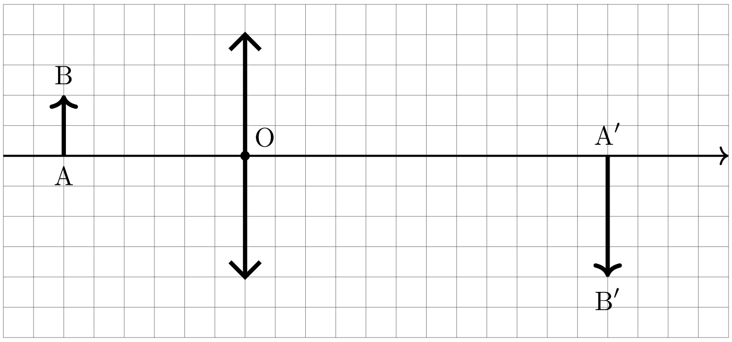
....

Modèle de la lentille mince

Entraînement 7.4 — Conditions de Gauss.

Entraînement 7.5 — Construction de rayons lumineux.

On considère le schéma suivant montrant un objet $\overline{\mathrm{AB}}$ et son image $\overline{\mathrm{A'B'}}$ par une lentille convergente.



On donne l'échelle du schéma : 8 carreaux sur le schéma correspondent à 10 cm en réalité.

a) Déterminer graphiquement la distance focale de la lentille ....

b) Calculer la vergence de la lentille ....

Entraînement 7.6 — Batailles de convergence.

Quelle est la lentille la plus convergente ?

(a) une lentille de vergence +8,0 δ

(b) une lentille de focale image +8,0 cm

(c) une lentille de focale objet −10,0 cm

(d) une lentille de focale image −8,0 cm

....

Conjugaison par une lentille mince

Entraînement 7.7 — Relation de conjugaison au centre optique.

Un objet lumineux est placé au point A, à 15,0 cm devant une lentille mince convergente de centre optique O et de distance focale $f' = 4{,}0\,\text{cm}$.

On rappelle la relation de conjugaison aux sommets de Descartes qui permet de faire le lien entre la position $\overline{\text{OA}}$ de l'objet et la position $\overline{\text{OA}'}$ de l'image :

$$\frac{1}{\overline{\text{OA}'}} - \frac{1}{\overline{\text{OA}}} = \frac{1}{\overline{\text{OF}'}}.$$

a) Exprimer $\overline{\text{OA}'}$ en fonction de $\overline{\text{OA}}$ et f' ....

b) Exprimer $\overline{\text{OA}}$ en fonction de $\overline{\text{OA}'}$ et f' ....

c) Exprimer f' en fonction de $\overline{\text{OA}}$ et $\overline{\text{OA}'}$ ....

d) L'image est-elle située avant ou après le centre optique O ? ....

Entraînement 7.8 — Grandissement.

Un système optique donne d'un objet une image dont le grandissement est le suivant : $\gamma = -2{,}0$.

a) Par rapport à l'objet, cette image est :

(a) rétrécie (b) agrandie

....

b) Par rapport à l'objet, cette image est :

(a) droite (b) renversée

....

Entraînement 7.9 — Projecteur de cinéma.

Un projecteur de cinéma contient une lentille convergente de distance focale $f' = 50{,}0\,\text{mm}$.

L'écran se situe à 15,0 m de la lentille et on dispose d'une pellicule dont les vignettes sont de dimensions $36{,}0\,\text{mm} \times 24{,}0\,\text{mm}$.

a) À quelle distance algébrique de la lentille doit-on placer la pellicule ? ....

b) Quelles sont les dimensions de l'image d'une vignette sur l'écran ? ....

Réponses mélangées

	$+20\ \delta$	40 cm	(b)	-2	20 cm	$\overline{\text{OA}} = -5{,}02\,\text{cm}$	après
5,0 cm	$\frac{\text{A}_1\text{B}_1}{f'_2}$	$\frac{\overline{\text{OA}'}}{\overline{\text{OA}}} = \frac{\overline{\text{A}'\text{B}'}}{\overline{\text{AB}}}$		$\frac{\overline{\text{OA}'} \times f'}{f' - \overline{\text{OA}'}}$	$\frac{\overline{\text{OA}} \times \overline{\text{OA}'}}{\overline{\text{OA}} - \overline{\text{OA}'}}$	$\frac{\overline{\text{OA}} \times \overline{\text{OF}'}}{\overline{\text{OA}} + \overline{\text{OF}'}}$	
(b)	$-10\,\text{cm}$	$10{,}8\,\text{m} \times 7{,}2\,\text{m}$	$\frac{f'_1}{f'_2}$	$-50\,\text{cm}$	4	$\frac{\text{A}_1\text{B}_1}{f'_1}$	(b)

▶ Réponses et corrigés page 45

Cinématique

Prérequis
Projections de vecteurs.

Déplacements rectilignes

Entraînement 8.1 — Distance et temps de parcours.

Une voiture se déplace en ligne droite à $90\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

Toutes les réponses seront exprimées en « heures-minutes-secondes », par exemple « 2 h 32 min 12 s ».

a) Combien de temps faut-il à cette voiture pour parcourir 100 km ? . . . .

b) Quel serait l'allongement du temps de trajet si elle roulait à $80\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$? . . . .

Entraînement 8.2 — Distance parcourue.

Une voiture se déplace en ligne droite. Initialement à l'arrêt, elle subit une accélération constante valant a_0 pendant une durée τ_1, puis continue à vitesse constante pendant une durée τ_2.

a) Quelle est la vitesse v_1 du véhicule à la date $t = \tau_1$? . . . .

b) Quelle est la distance parcourue durant τ_1 ? . . . .

c) Quelle est la distance totale parcourue en fonction de a_0, τ_1 et τ_2 ? . . . .

Entraînement 8.3 — Longueur d'une piste de décollage.

Pour décoller, un avion doit atteindre la vitesse $v_d = 180\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ en bout de piste.
Quelle est la longueur minimale L de la piste de décollage si l'avion accélère uniformément à la valeur $a = 2{,}5\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$?

(a) 300 m (b) 450 m (c) 500 m (d) 650 m

. . . .

Entraînement 8.4 — Distance de freinage.

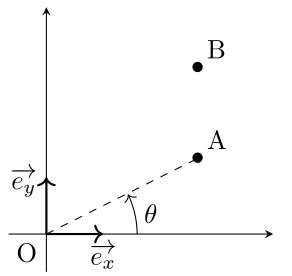
Une voiture roule à $110\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ en ligne droite. En supposant que les freins imposent une décélération constante de norme $a = 10\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$, déterminer la distance d'arrêt de la voiture.

(a) 37,8 m (b) 46,7 m (c) 55,9 m (d) 63,5 m

. . . .

Coordonnées et projections de vecteurs

Entraînement 8.5 — Composantes de vecteurs.



On considère deux points A et B tels que la droite (AB) est parallèle à la droite (Oy). Le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ fait un angle θ avec l'axe (Ox).

Exprimer les composantes des vecteurs suivants dans le repère $(\mathrm{O}, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$ en fonction de $a = \|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\|$, $b = \|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\|$ et de l'angle θ.

a) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ ....

b) $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ ....

c) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ ....

d) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} - \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ ....

Étude de quelques mouvements

Entraînement 8.6 — Chute libre.

On considère le point M de masse m et de coordonnées (x, y, z) dans la base cartésienne $(\mathrm{O}, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$.

Il est lancé avec la vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_{0x}\overrightarrow{e_x} + v_{0z}\overrightarrow{e_z}$ à partir de l'origine O du repère dans le champ de pesanteur uniforme $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{e_z}$.

Tout frottement étant négligé, l'accélération de M est égale à $\overrightarrow{g}$ à tout instant.

a) Exprimer $x(t)$ en fonction de v_{0x} et t ....

b) Exprimer $z(t)$ en fonction de v_{0z}, g et t ....

c) En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire z en fonction de x, c'est-à-dire une relation entre $x(t)$ et $z(t)$ ....

Réponses mélangées

(b) $\quad 8\,\text{min}\ 20\,\text{s} \quad a(\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \sin(\theta)\overrightarrow{e_y}) \quad -b\overrightarrow{e_y}$ (c) $\quad a_0 \times \tau_1 \quad -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t$

$1\,\text{h}\ 6\,\text{min}\ 40\,\text{s} \quad a\left(\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \left(\sin(\theta) + \dfrac{b}{a}\right)\overrightarrow{e_y}\right) \quad a\left(2\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \left(2\sin(\theta) + \dfrac{b}{a}\right)\overrightarrow{e_y}\right)$

$\dfrac{a_0 \times {\tau_1}^2}{2} \quad a_0 \times \tau_1 \times \left(\dfrac{\tau_1}{2} + \tau_2\right) \quad z = -\dfrac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \dfrac{v_{0z}}{v_{0x}}x \quad v_{0x}t$

► Réponses et corrigés page 48

Fiche d'entraînement n° 9

Principe fondamental de la dynamique

Prérequis
Projections. Équations différentielles simples.

Pour commencer

Entraînement 9.1 — Quelques équations différentielles.

Résoudre les équations différentielles suivantes, sachant que $v = 0$ à $t = t_0$ et que les paramètres a_0 et k sont des constantes.

a) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a_0$ ....

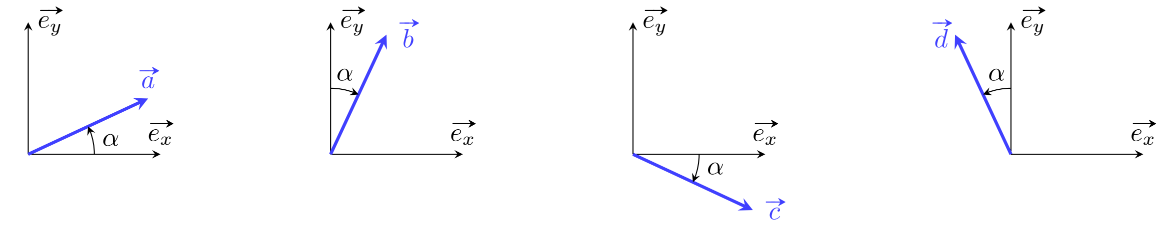
b) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kv$ ....

c) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kv + a_0$ ....

Décomposition de vecteurs

Entraînement 9.2 — Des projections.

On considère les vecteurs unitaires suivants :



Décomposer dans la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$ les vecteurs :

a) $\overrightarrow{a}$ ....

c) $\overrightarrow{c}$ ....

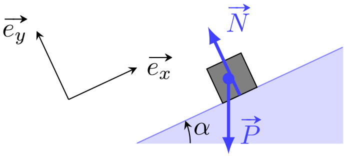
b) $\overrightarrow{b}$ ....

d) $\overrightarrow{d}$ ....

Entraînement 9.3 — Sur un plan incliné.

On considère la situation représentée ci-contre.

Décomposer dans la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$ les vecteurs suivants en fonction de α et des normes respectives de $\overrightarrow{P}$ et $\overrightarrow{N}$: P et N.



a) $\overrightarrow{P}$ ....

b) $\overrightarrow{N}$ ....

Entre accélération et position

Entraînement 9.4 — Du vecteur position au vecteur accélération.

On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cartésiennes dans la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ sont, à chaque instant, $x(t) = \dfrac{1}{2}a_0t^2 + x_0$, $y(t) = -v_0t$ et $z(t) = z_0$.

Donner l'expression des vecteurs :

a) position ......

b) vitesse ....

c) accélération ..

Entraînement 9.5 — Du vecteur accélération au vecteur position.

On considère un point M de masse m en chute libre soumis à son poids $\overrightarrow{P} = mg\overrightarrow{e_z}$. Ce point M a été lancé avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_x}$ et une position initiale $\mathrm{M}_0 \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Donner l'expression des vecteurs :

a) accélération ....

b) vitesse ....

c) position ....

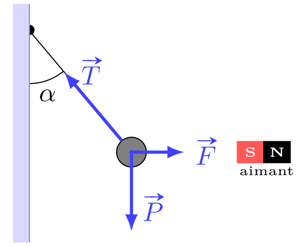
Étude de systèmes en équilibre

Entraînement 9.6 — Tension d'un fil.

Une bille d'acier de poids $P = \|\vec{P}\| = 2{,}0\,\mathrm{N}$, fixée à l'extrémité d'un fil de longueur $\ell = 50\,\mathrm{cm}$, est attirée par un aimant exerçant une force $F = \|\vec{F}\| = 1{,}0\,\mathrm{N}$. À l'équilibre, le fil s'incline d'un angle α et l'on a :

$$\vec{T} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0},$$

où $\vec{T}$ est la tension exercée par le fil.



Calculer les valeurs numériques de :

a) la tension $T = \|\vec{T}\|$ du fil ....

b) l'angle α (en radians) ....

Entraînement 9.7 — Masse suspendue.

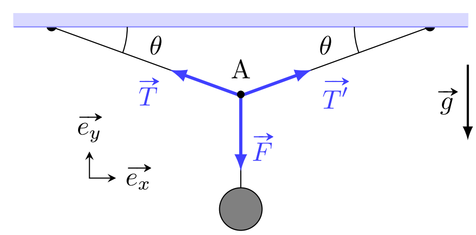
Un objet qui pèse $800\,\mathrm{N}$ est suspendu en équilibre à l'aide de deux cordes symétriques qui font un angle $\theta = 20°$ avec la direction horizontale.

Le point A est soumis à trois forces :

$$\vec{T}, \vec{T'} \text{ et } \vec{F},$$

de normes respectives T, T' et F.

On note $\vec{R} = R_x\vec{e_x} + R_y\vec{e_y}$ la résultante des forces.



a) Exprimer la composante horizontale R_x en fonction de T, T' et θ ....

b) Exprimer la composante verticale R_y en fonction de T, T', F et θ ....

c) Déterminer la tension T en résolvant l'équation $\vec{R} = \vec{0}$ ....

Mouvements rectilignes

Entraînement 9.8 — Chute avec frottement.

Un corps de masse $m = 2\,\mathrm{kg}$ tombe verticalement avec une accélération de $a = 9\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Lors de sa chute, il subit la force de pesanteur ainsi qu'une force de frottement due à l'air.

On prendra $g = 9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ pour l'intensité du champ de pesanteur.

Combien vaut l'intensité de la force de frottement ? ....

Réponses mélangées

$a_0\overrightarrow{e_x}$ $\quad$ $g\overrightarrow{e_z}$ $\quad$ $1{,}17\,\mathrm{kN}$ $\quad$ $(T'-T)\cos\theta$ $\quad$ $2{,}2\,\mathrm{N}$ $\quad$ $\left(\frac{1}{2}a_0t^2+x_0\right)\overrightarrow{e_x}-v_0t\overrightarrow{e_y}+z_0\overrightarrow{e_z}$

$\cos(\alpha)\overrightarrow{e_x}+\sin(\alpha)\overrightarrow{e_y}$ $\quad$ $\frac{a_0}{k}\left[1-\mathrm{e}^{-k(t-t_0)}\right]$ $\quad$ $0{,}46\,\mathrm{rad}$ $\quad$ $-\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x}+\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}$

$a_0(t-t_0)$ $\quad$ $\cos(\alpha)\overrightarrow{e_x}+\sin(\alpha)\overrightarrow{e_y}$ $\quad$ $(v_0t+x_0)\overrightarrow{e_x}+y_0\overrightarrow{e_y}+\frac{1}{2}gt^2\overrightarrow{e_z}$

$N\overrightarrow{e_y}$ $\quad$ $(T'+T)\sin\theta-F$ $\quad$ $a_0t\overrightarrow{e_x}-v_0\overrightarrow{e_y}$ $\quad$ $v_0\overrightarrow{e_x}+gt\overrightarrow{e_z}$

$-\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x}+\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}$ $\quad$ $-P\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x}-P\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}$ $\quad$ $1{,}6\,\mathrm{N}$ $\quad$ 0

► Réponses et corrigés page 52

Gaz parfaits

Prérequis

La loi des gaz parfaits s'écrit $PV = nRT$, avec P en pascals, V en mètres cubes, n en moles et T en kelvins.

Constantes utiles

→ constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$

→ définition du bar : $1\,\mathrm{bar} = 1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$

→ conversion entre kelvins et degrés Celsius : $T\,(\mathrm{K}) = \theta\,(°\mathrm{C}) + 273{,}15$

Entraînement au calcul

Entraînement 10.1 — Quelques calculs de volume.

Calculer le volume (en L) occupé à $T = 25\,°\mathrm{C}$ et sous une pression $P = 1{,}0\,\mathrm{bar}$ pour les gaz suivants.

a) $100\,\mathrm{g}$ d'argon ($M_{\mathrm{Ar}} = 40\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$) ....

b) $32\,\mathrm{g}$ de dioxygène O_2 ($M_{\mathrm{O}} = 16\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$) ....

c) $1{,}2\,\mathrm{kg}$ de dioxyde de carbone CO_2 ($M_{\mathrm{C}} = 12\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$) ....

Entraînement 10.2 — Bouteille de butane.

Une bouteille de $30{,}6\,\mathrm{L}$, maintenue à $20\,°\mathrm{C}$, contient du butane (C_4H_{10}) qui est sous la forme d'un mélange liquide/gaz comprimé. Le contenu de la bouteille présente une masse m de $13\,\mathrm{kg}$.

On donne $M_{\mathrm{H}} = 1\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$ et $M_{\mathrm{C}} = 12\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.

a) Combien vaut la masse molaire (en $\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$) du butane ? ....

b) Quelle serait la pression à l'intérieur de la bouteille si tout le butane était à l'état gazeux ?

....

c) Quel volume occuperait le contenu de la bouteille, s'il était entièrement à l'état gazeux, sous une pression de $1{,}0\,\mathrm{bar}$ et à la température de $20\,°\mathrm{C}$? ....

Entraînement 10.3 — Surchauffe ?

Un pneu de voiture, de volume supposé constant, est gonflé à froid, à la température $T_1 = 20\,°\mathrm{C}$, sous la pression $P_1 = 2{,}0\,\mathrm{bar}$. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche une pression $P_2 = 2{,}3\,\mathrm{bar}$.

Quelle est alors sa température (en °C) si l'on assimile l'air à un gaz parfait ? ....

Entraînement 10.4

Un récipient de volume V_1 enferme de l'air (assimilé à un gaz parfait) à la température $T_1 = 20\,°\text{C}$ et sous une pression $P_1 = 1{,}20\,\text{bar}$.

Que vaut la pression finale (en bar) si l'on augmente :

a) le volume de 20 % ? ....

b) la température de 10 °C ? ....

Manipulations algébriques

Entraînement 10.5 — Masse volumique de l'eau.

On considère un gaz parfait de masse molaire M, à la pression P et à la température T.

a) Exprimer sa masse volumique ρ en fonction de M, P et T ....

b) La vapeur d'eau a pour masse volumique $\rho = 0{,}595\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ à 100 °C et 1 013 hPa. Sa masse molaire est $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Est-ce compatible avec le modèle du gaz parfait ? ....

Entraînement 10.6 — Compression d'un gaz.

Un gaz, initialement à la pression P_1 et à la température $T_1 = 25\,°\text{C}$, est comprimé jusqu'à une pression valant $P_2 = 4P_1$. Sa masse volumique initiale est de ρ_1.

Exprimer sa masse volumique finale ρ_2 en fonction de ρ_1 si sa température T_2 vaut :

a) $T_2 = T_1$ ....

b) $T_2 = 50\,°\text{C}$ ....

Entraînement 10.7 — Expression de la densité d'un gaz.

La densité d d'un gaz A est le rapport entre la masse volumique du gaz A et la masse volumique de l'air sous les mêmes conditions de pression et de température. Autrement dit, c'est :

$$d = \frac{\rho_\text{A}}{\rho_\text{air}}.$$

On note M_A la masse molaire de A et M_air celle de l'air.

Exprimer la densité d en fonction de M_A et M_air à l'aide de la loi des gaz parfaits ...

Réponses mélangées

$6{,}8\times 10^2\,\text{L}$ — non — $\dfrac{M_\text{A}}{M_\text{air}}$ — $64\,°\text{C}$ — $1{,}00\,\text{bar}$ — $58\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ — $1{,}24\,\text{bar}$

$5{,}5\,\text{m}^3$ — $62\,\text{L}$ — $3{,}7\rho_1$ — $25\,\text{L}$ — $\dfrac{MP}{RT}$ — $1{,}8\times 10^2\,\text{bar}$ — $4\rho_1$

► Réponses et corrigés page 57

Réponses et corrigés

Fiche n° 1. Conversions

Réponses

1.1 a) $\boxed{1 \cdot 10^{-1}\,\text{m}}$

1.1 b) $\boxed{2{,}5 \cdot 10^{3}\,\text{m}}$

1.1 c) $\boxed{3 \cdot 10^{-3}\,\text{m}}$

1.1 d) $\boxed{7{,}2 \cdot 10^{-9}\,\text{m}}$

1.1 e) $\boxed{5{,}2 \cdot 10^{-12}\,\text{m}}$

1.1 f) $\boxed{1{,}3 \cdot 10^{-14}\,\text{m}}$

1.2 a) $\boxed{1{,}50 \cdot 10^{5}\,\text{m}}$

1.2 b) $\boxed{7 \cdot 10^{-13}\,\text{m}}$

1.2 c) $\boxed{2{,}34\,\text{m}}$

1.2 d) $\boxed{1{,}20 \cdot 10^{-7}\,\text{m}}$

1.2 e) $\boxed{2{,}3 \cdot 10^{-4}\,\text{m}}$

1.2 f) $\boxed{4{,}1 \cdot 10^{-10}\,\text{m}}$

1.3 a) $\boxed{7{,}3 \cdot 10^{6}\,\text{m/s}}$

1.3 b) $\boxed{2{,}6 \cdot 10^{7}\,\text{km/h}}$

1.4 $\boxed{2{,}4\,\text{MJ}}$

1.5 $\boxed{5{,}5 \cdot 10^{-2}\,\Omega}$

1.6 a) $\boxed{1{,}99 \cdot 10^{6}\,\text{Rg}}$

1.6 b) $\boxed{1{,}99 \cdot 10^{3}\,\text{Qg}}$

1.6 c) $\boxed{1{,}90 \cdot 10^{3}\,\text{Rg}}$

1.6 d) $\boxed{1{,}90\,\text{Qg}}$

1.6 e) $\boxed{5{,}97\,\text{Rg}}$

1.6 f) $\boxed{5{,}97 \cdot 10^{-3}\,\text{Qg}}$

1.6 g) $\boxed{1{,}67 \cdot 10^{3}\,\text{rg}}$

1.6 h) $\boxed{1{,}67 \cdot 10^{6}\,\text{qg}}$

1.6 i) $\boxed{9{,}10 \cdot 10^{-1}\,\text{rg}}$

1.6 j) $\boxed{9{,}10 \cdot 10^{2}\,\text{qg}}$

1.7 a) $\boxed{250\,\text{g}}$

1.7 b) $\boxed{200\,\text{g}}$

1.7 c) $\boxed{125\,\text{g}}$

1.7 d) $\boxed{5\,\text{g}}$

1.8 a) $\boxed{10\,\%}$

1.8 b) $\boxed{0{,}7\,\%}$

1.8 c) $\boxed{50\,\%}$

1.8 d) $\boxed{5\,\%}$

1.8 e) $\boxed{180\,\%}$

1.8 f) $\boxed{0{,}5\,\%}$

1.9 $\boxed{5{,}2\,\%}$

1.10 a) $\boxed{1{,}03 \times 10^{3}\,\text{TWh}}$

1.10 b) $\boxed{722\,\text{TWh}}$

1.10 c) $\boxed{406\,\text{TWh}}$

1.10 d) $\boxed{113\,\text{TWh}}$

1.10 e) $\boxed{64\,\text{TWh}}$

1.10 f) $\boxed{62\,\text{TWh}}$

1.10 g) $\boxed{41\,\text{TWh}}$

1.10 h) $\boxed{134\,\text{TWh}}$

1.11 $\boxed{\text{l'or}}$

1.12 a) $\boxed{1 \cdot 10^{-10}\,\text{m}}$

1.12 b) $\boxed{0{,}000\ 000\ 000\ 1\,\text{m}}$

1.13 a) $\boxed{4{,}43 \cdot 10^{16}\,\text{m}}$

1.13 b) $\boxed{4{,}33 \cdot 10^{13}\,\text{km}}$

1.14 a) $\boxed{10\ 000\,\text{m}^2}$

1.14 b) $\boxed{0{,}01\,\text{km}^2}$

1.14 c) $\boxed{6{,}72 \cdot 10^{11}\,\text{m}^2}$

1.14 d) $\boxed{6{,}72 \cdot 10^{7}\,\text{ha}}$

1.14 e) $\boxed{5{,}89 \cdot 10^{8}\,\text{m}^2}$

1.14 f) $\boxed{5{,}89 \cdot 10^{4}\,\text{ha}}$

1.15 a) $\boxed{\text{oui}}$

1.15 b) $\boxed{\text{oui}}$

1.16 a) $\boxed{1 \cdot 10^{3}\,\text{kg/m}^3}$

1.16 b) $\boxed{625\,\text{kg/m}^3}$

1.17 a) $\boxed{7{,}87}$

1.17 b) $\boxed{1{,}6 \times 10^{3}\,\text{kg/m}^3}$

1.18 $\boxed{\text{La boule en or}}$

1.19 $\boxed{\text{non}}$

1.20 $\boxed{\text{La voiture}}$

1.21 a) $\boxed{30\,\text{dm/s}}$

1.21 b) $\boxed{1\,\text{année-lumière/an}}$

1.22 a) $\boxed{0{,}017\,\text{tour/min}}$

1.22 b) $\boxed{0{,}001\ 7\,\text{rad/s}}$

1.22 c) $\boxed{1{,}90 \cdot 10^{-6}\,\text{tour/min}}$

1.22 d) $\boxed{1{,}99 \cdot 10^{-7}\,\text{rad/s}}$

Corrigés

1.3 a) Il faut bien penser à garder le bon nombre de chiffres significatifs (deux ici car les données en possèdent également deux) :

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \times 150\,\mathrm{V}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 7{,}3 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s}.$$

....

1.3 b) On $v = 7{,}3 \cdot 10^{6}$ m/s $= 7{,}3 \cdot 10^{3}$ km/s $= 7{,}3 \cdot 10^{3} \times 3\ 600$ km/h $= 2{,}6 \cdot 10^{7}$ km/h.

....

1.4 On a 1 Ws = 1 J donc 1 Wh = 3 600 J donc 1 kWh = $3{,}6 \cdot 10^{6}$ J.

Ainsi, on trouve $T = 0{,}67$ kWh $= 2{,}4 \cdot 10^{6}$ J $= 2{,}4$ MJ.

....

1.5 On calcule $R = \dfrac{10\,\mathrm{m}}{59 \cdot 10^{6}\,\mathrm{S/m} \times 3{,}1 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^2} = 5{,}5 \cdot 10^{-2}\,\Omega$.

....

1.11 Pour comparer ces abondances et trouver la plus petite, on peut les convertir dans la même unité, par exemple en ppm :

Silicium	**Or**	**Hydrogène**	**Fer**	**Oxygène**	**Cuivre**
$2{,}75 \cdot 10^{5}$ ppm	$1 \cdot 10^{-3}$ ppm	$1{,}4 \cdot 10^{3}$ ppm	$5{,}0 \cdot 10^{4}$ ppm	$4{,}6 \cdot 10^{5}$ ppm	50 ppm

....

1.13 a) Une année lumière est la distance que parcourt la lumière en une année. Elle vaut donc :

$$1\,\mathrm{an} \times 365{,}25\,\mathrm{jours/an} \times 24\,\mathrm{h/jour} \times 3\ 600\,\mathrm{s/h} \times 3{,}00 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s} = 9{,}47 \cdot 10^{15}\,\mathrm{m}.$$

La distance entre Alpha du centaure et la Terre est donc $4{,}7 \times 9{,}47 \cdot 10^{15}$ m $= 4{,}4 \cdot 10^{16}$ m.

....

1.14 a) On a 1 ha = 100 m × 100 m = 1×10^{4} m^2.

....

1.14 b) On a 1 ha = 0,1 km × 0,1 km = 0,01 km^2.

....

1.14 c) On a 672 051 km^2 $= 672\,051 \cdot 1 \times 10^{6}$ m^2 $= 6{,}72 \cdot 10^{11}$ m^2.

....

1.14 d) On a 672 051 km^2 $= 672\,051 \cdot 1 \times 10^{2}$ ha $= 6{,}72 \cdot 10^{7}$ ha.

....

1.14 e) On a 589 km^2 $= 589 \times 1 \times 10^{6}$ m^2 $= 5{,}89 \cdot 10^{8}$ m^2.

....

1.14 f) On a 589 km^2 $= 589 \times 1 \times 10^{2}$ ha $= 589 \cdot 10^{2}$ ha $= 5{,}89 \cdot 10^{4}$ ha.

....

1.15 a) On peut convertir : $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ m^3 = 250 mL.

....

1.15 b) On peut convertir : $7{,}5 \cdot 10^{-2}$ m^3 = 75 L.

....

1.16 b) La masse volumique de la farine est $\dfrac{0{,}25\,\mathrm{g}}{0{,}4\,\mathrm{cL}} = 0{,}625\,\mathrm{kg/L} = 625\,\mathrm{kg/m^3}$.

1.18 Le volume du cube est $(10\,\mathrm{cm})^3 = 1\ 000\,\mathrm{cm^3}$. Sa masse est donc :

$$11{,}20\,\mathrm{g/cm^3} \times 1\ 000\,\mathrm{cm^3} = 11{,}20 \cdot 10^3\,\mathrm{g} = 11{,}2\,\mathrm{kg}.$$

Le volume de la boule est $\dfrac{4}{3}\pi(15\,\mathrm{cm})^3 = 14 \cdot 10^3\,\mathrm{cm^3} = 1{,}4 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m^3}$. Sa masse est alors :

$$19\ 300\,\mathrm{kg/m^3} \times 1{,}4 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m^3} = 270\,\mathrm{kg}.$$

1.19 On a $\dfrac{2\,\mathrm{mg}}{1 \cdot 10^3\,\mathrm{mm^3}} = \dfrac{2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{g}}{1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{L}} = 2\,\mathrm{g/L}$.

1.20 On a $110\,\mathrm{km/h} = 30\,\mathrm{m/s}$.

1.21 a) On résume les calculs dans le tableau suivant :

$20\,\mathrm{km/h}$	$10\,\mathrm{m/s}$	1 année-lumière/an	$22\,\mathrm{mm/ns}$	$30\,\mathrm{dm/s}$	$60\,\mathrm{cm/ms}$
$5{,}56\,\mathrm{m/s}$	$10\,\mathrm{m/s}$	$3{,}00 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$	$2{,}2 \cdot 10^7\,\mathrm{m/s}$	$3{,}0\,\mathrm{m/s}$	$600\,\mathrm{m/s}$

1.21 b) Voir les vitesses indiquées dans le corrigé précédent.

1.22 a) On a $1\,\mathrm{tour}/60\,\mathrm{min} = 0{,}017\,\mathrm{tour/min}$.

1.22 b) On a $1\,\mathrm{tour}/60\,\mathrm{min} = 2\pi\,\mathrm{rad}/3\ 600\,\mathrm{s} = 0{,}001\ 7\,\mathrm{rad/s}$.

1.22 c) On a $1\,\mathrm{tour}/1\,\mathrm{an} = 1\,\mathrm{tour}/(1\,\mathrm{an} \times 365{,}25\,\mathrm{j/an} \times 24\,\mathrm{h/j} \times 60\,\mathrm{min/h}) = 1{,}90 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{tour/min}$.

1.22 d) On a $1\,\mathrm{tour}/1\,\mathrm{an} = 2\pi\,\mathrm{rad}/(1\,\mathrm{an} \times 365{,}25\,\mathrm{j/an} \times 24\,\mathrm{h/j} \times 60\,\mathrm{min/h} \times 60\,\mathrm{s/min}) = 1{,}99 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{rad/s}$.

Fiche n° 2. Signaux

Réponses

2.1 a) .... $\boxed{-\sin(\alpha)}$

2.1 b) .... $\boxed{-\sin(\alpha)}$

2.1 c) .... $\boxed{\cos(\alpha)}$

2.1 d) .... $\boxed{\cos(\alpha)}$

2.2 a) .... $\boxed{2\cos(2t)}$

2.2 b) ... $\boxed{-2\sin(t+4)\cos(t+4) = -\sin(2t+8)}$

2.2 c) .... $\boxed{\cos^2(t) - \sin^2(t) = \cos(2t)}$

2.3 a) .... $\boxed{\text{Courbe 2}}$

2.3 b) .... $\boxed{\text{Courbe 4}}$

2.3 c) .... $\boxed{\text{Courbe 3}}$

2.3 d) .... $\boxed{\text{Courbe 1}}$

2.4 a) .... $\boxed{1{,}7\,\text{km}}$

2.4 b) .... $\boxed{5{,}7\,\mu\text{s}}$

2.4 c) .... $\boxed{\text{oui}}$

2.5 .... $\boxed{18\,\text{km/h}}$

Corrigés

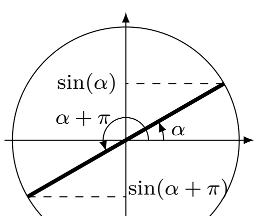
2.1 a)

En utilisant le cercle trigonométrique, on voit directement que :

$$\sin(\alpha+\pi) = -\sin(\alpha).$$

Remarquons qu'on peut également utiliser les formules trigonométriques :

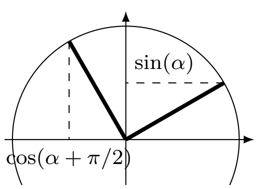
$$\sin(\alpha+\pi) = \sin(\alpha)\cos(\pi) + \sin(\pi)\cos(\alpha) = -\sin(\alpha).$$



....

2.1 b)

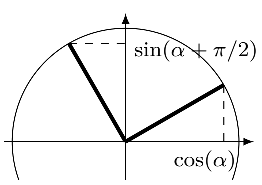
On a $\cos\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right) = -\sin(\alpha)$.



....

2.1 c)

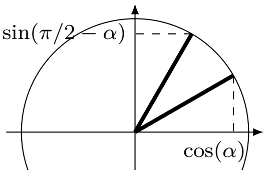
On a $\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right) = \cos(\alpha)$.



....

2.1 d)

On a $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos(\alpha)$.



2.3 a) On a $\sin(0) = 0$. La courbe 2 est la seule courbe passant par le point $(0, 0)$ et est donc la seule courbe compatible. On vérifie aussi que la courbe 2 est comprise dans l'intervalle $[-1, 1]$ et que sa période est égale à 2π.

2.3 b) On a $\cos(0) = 1$, ce qui est cohérent avec les courbes 1, 3 et 4. Ce n'est donc pas suffisant pour déterminer quelle courbe correspond à la fonction cosinus. Mais on sait de plus que $\cos(x) \in [-1, 1]$, ce qui correspond à la courbe 4. On vérifie également que la courbe 4 a une période égale à 2π.

2.3 c) On a $1 + \sin(0) = 1$ et $1 + \sin(x) \in [0, 2]$. Cela correspond à la courbe 3. On vérifie également que la courbe 3 a une période égale à 2π.

2.3 d) On a $\cos^2(0) = 1$ et $\cos^2(x) \in [0, 1]$. Cela correspond à la courbe 1. C'est aussi la seule courbe qui a une période égale à π.

2.4 a) Le délai entre l'éclair et le tonnerre est dû à la durée nécessaire pour que le son se propage entre l'endroit où l'onde sonore a été émise et l'endroit où se tient l'observateur. On a donc :

$$d = c_s \times \Delta t = 1{,}7\,\mathrm{km}.$$

On garde uniquement deux chiffres significatifs car Δt est donné avec deux chiffres significatifs.

2.4 b) On a $\tau = \dfrac{d}{c} = 5{,}7\,\mu\mathrm{s}$.

2.4 c) La durée τ est très inférieure à la précision de la mesure de $0{,}5\,\mathrm{s}$, on peut donc considérer que la propagation de la lumière est instantanée.

2.5 On lit graphiquement que la vague a avancé de $300\,\mathrm{m}$ en 1 minute, donc sa célérité est :

$$c = \frac{300}{60} = 5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1} = 18\,\mathrm{km/h}.$$

Fiche n° 3. Étude des circuits électriques I

Réponses

3.1 a) ...... $\boxed{2i}$

3.1 b) ...... $\boxed{i}$

3.1 c) ...... $\boxed{0}$

3.2 a) ...... $\boxed{-u/R}$

3.2 b) ...... $\boxed{u/2R}$

3.3 a) ...... $\boxed{2R}$

3.3 b) ...... $\boxed{R}$

3.3 c) ...... $\boxed{0}$

3.4 a) ...... $\boxed{\dfrac{I_0}{3}}$

3.4 b) ...... $\boxed{\dfrac{R_2}{R_1+R_2}I_0}$

Corrigés

3.2 a) La loi d'Ohm s'écrit $u = Ri$ en convention récepteur et $u = -Ri$ en convention générateur. Ici la résistance est fléchée en convention générateur. Ainsi, on trouve $i = -u/R$.

......

3.2 b) La loi d'Ohm donne $u = 2Ri$, soit $i = \dfrac{u}{2R}$.

......

3.3 a) On doit résoudre :

$$\frac{4R(R+R')}{2R+R'} = 3R \quad \text{soit} \quad 4R^2 + 4RR' = 6R^2 + 3RR' \quad \text{d'où} \quad RR' = 2R^2.$$

Comme $R \neq 0$, on obtient $R' = 2R$.

......

3.3 b) On doit résoudre :

$$\frac{4R(R+R')}{2R+R'} = \frac{8}{3}R \quad \text{soit} \quad 12R^2 + 12RR' = 16R^2 + 8RR' \quad \text{d'où} \quad 4RR' = 4R^2.$$

Comme $R \neq 0$, on obtient $R' = R$.

......

3.3 c) Résolvons l'équation :

$$\frac{4R(R+R')}{2R+R'} = 2R \quad \text{soit} \quad 4R^2 + 4RR' = 4R^2 + 2RR' \quad \text{d'où} \quad 2RR' = 0.$$

Comme $R \neq 0$, il faut nécessairement $R' = 0$.

......

3.4 b) Isolons I :

$$\begin{aligned} R_1 I + R_2(I_0 + I) &= 2R_2 I_0 \\ (R_1 + R_2)I + R_2 I_0 &= 2R_2 I_0 \\ (R_1 + R_2)I &= R_2 I_0 \\ I &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_0. \end{aligned}$$

......

Fiche n° 4. Étude des circuits électriques II

Réponses

4.1 a) .... $\boxed{\dfrac{L}{R}}$

4.1 b) .... $\boxed{\dfrac{RC}{2}}$

4.2 a) .... $\boxed{u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)}$

4.2 b) .... $\boxed{i(t) = \dfrac{E}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}}$

4.2 c) .... $\boxed{u_C(t) = \dfrac{1}{2}E}$

4.3 a) .... b

4.3 b) c

4.3 c) .... a

4.3 d) .... $\boxed{4\,\mathrm{V}}$

4.3 e) .... $\boxed{4\,\mathrm{V}}$

4.3 f) .... $\boxed{1{,}3\,\mathrm{k}\Omega}$

Corrigés

4.1 a) On écrit l'équation sous sa forme canonique : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{R}{L}i = \dfrac{E}{L}$. Ainsi, on identifie $\tau = L/R$.

....

4.1 b) De la même manière, l'équation mise sous forme canonique est $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{2}{RC}i = \dfrac{E}{RC}$, d'où $\tau = \dfrac{RC}{2}$.

....

4.2 a) Cherchons une solution particulière constante. On trouve $u_\mathrm{p} = E$. La solution générale est donc de la forme $A\mathrm{e}^{-t/\tau} + E$. La condition initiale donne $u_C(0) = 0 = A + E$, soit $A = -E$. Finalement, $u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$.

....

4.2 b) Ici, l'équation différentielle est homogène (sans second membre). La solution est de la forme $A\mathrm{e}^{-t/\tau}$. La condition initiale donne $i(0) = E/R = A$. Finalement, $i(t) = \dfrac{E}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

....

4.2 c) Cherchons une solution particulière constante. On trouve $u_\mathrm{p} = \frac{1}{2}E$. La solution générale est donc de la forme $A\mathrm{e}^{-t/\tau} + \frac{1}{2}E$. La condition initiale donne $u(0) = \frac{1}{2}E = A + \frac{1}{2}E$, soit $A = 0$. Finalement, $u_C(t) = \frac{1}{2}E$.

....

4.3 d) La courbe 2, associée à l'expression de u_1, possède une asymptote horizontale d'expression $u_1(+\infty) = E_1$. On en déduit $E_1 = 4\,\mathrm{V}$ par lecture graphique.

....

4.3 e) La courbe 3, associée à l'expression de u_2, possède une valeur initiale $u_2(0^+) = \frac{1}{2}E_2$. On en déduit $E_2 = 4\,\mathrm{V}$ par lecture graphique. On peut vérifier que l'asymptote donne $u_2(+\infty) = E_2 = 4\,\mathrm{V}$.

....

4.3 f) La courbe 1, associée à l'expression de $i(t)$, a pour ordonnée à l'instant initial $i(0^+) = 3\,\mathrm{mA} = \frac{E_1}{R}$ donc on a $R = E_1/i(0^+) \simeq 1{,}3\,\mathrm{k\Omega}$.

....

Fiche n° 5. Énergie et puissance électriques

Réponses

5.1 a) .... $\boxed{16{,}5\,\text{kJ}}$

5.1 b) .... $\boxed{4{,}6\,\text{Wh}}$

5.2 a) .... $\boxed{513\,\text{km}}$

5.2 b) .... $\boxed{\text{Hyundai Ioniq 6}}$

5.2 c) .... $\boxed{\text{Hyundai Ioniq 6}}$

Corrigés

5.1 a) L'énergie contenue dans la batterie vaut $E = P\Delta t$ où $P = 5\,\text{W}$ et $\Delta t = 55\,\text{min} = 55 \times 60\,\text{s} = 3\,300\,\text{s}$. L'énergie vaut donc $E = 5 \times 3\,300\,\text{J} = 16{,}5\,\text{kJ}$.

....

5.1 b) L'énergie contenue dans la batterie vaut $E = 16{,}5\,\text{kJ}$. Par ailleurs, $e = 1\,\text{Wh}$ est l'énergie consommée à une puissance de $1\,\text{W}$ pendant $1\,\text{h}$, soit $e = 1\,\text{W} \times 3\,600\,\text{s} = 3{,}6\,\text{kJ}$.

On a donc $E = \dfrac{16{,}5\,\text{kJ}}{3{,}6\,\text{kJ}} \times 1\,\text{Wh} = 4{,}6\,\text{Wh}$.

....

5.2 a) L'énergie contenue dans la batterie vaut $E = 77{,}4\,\text{kWh}$.

La consommation moyenne valant $C = 15{,}1\,\text{kWh}/100\,\text{km}$, l'autonomie en kilomètres vaut :

$$\frac{E}{C} = \frac{77{,}4\,\text{kWh}}{15{,}1\,\text{kWh}/100\,\text{km}} = 513\,\text{km}.$$

....

5.2 b) En reprenant le calcul de la question précédente, $e = 1\,\text{W/h} = 3{,}6\,\text{kJ}$, donc l'énergie totale stockée dans les batteries des voitures de série vaut, en joules, $E = 77{,}4 \times 10^3 \times 3{,}6 \times 10^3\,\text{J} = 279\,\text{MJ}$. C'est donc la voiture de série qui possède la batterie de plus grande capacité.

....

5.2 c) La puissance en cv du moteur de la voiture électrique de série vaut $\mathcal{P} = 239/0{,}735\,\text{cv} = 325\,\text{cv}$.

....

Fiche n° 6. Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes

Réponses

6.1 a) .... $\boxed{\dfrac{\pi}{180} \times \alpha_{\mathrm{deg}}}$

6.1 b) .... $\boxed{60 \times \alpha_{\mathrm{deg}}}$

6.2 a) .... $\boxed{35°39'}$

6.2 b) .... $\boxed{1{,}715\,\mathrm{rad}}$

6.2 c) .... $\boxed{60°20'}$

6.3 a) .... $\boxed{i}$

6.3 b) .... $\boxed{\dfrac{\pi}{2} - i}$

6.3 c) ..... $\boxed{\arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)}$

6.3 d) .. $\boxed{\dfrac{\pi}{2} - \arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)}$

6.4 a) .... $\boxed{16{,}3°}$

6.4 b) .... $\boxed{25{,}5°}$

6.4 c) .... $\boxed{22{,}0°}$

6.5 a) .... $\boxed{564\,\mathrm{THz}}$

6.5 b) .... $\boxed{3{,}74 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}}$

Corrigés

6.2 a) On a $\alpha = 35° + 0{,}65 \times 60' = 35°39'$.

....

6.2 b) L'angle β vaut 98° et 15 minutes d'angle, c'est-à-dire $\beta = 98 + 15/60 = 98{,}25°$.

En radians, on a $\beta = 98{,}25° \times \dfrac{\pi}{180°} = 1{,}715\,\mathrm{rad}$ (on garde 4 chiffres significatifs, comme la donnée de départ).

....

6.2 c) On a $\gamma = 1{,}053 \times \dfrac{180°}{\pi} = 60{,}33°$. Or, 0,33° correspondent à $0{,}33 \times 60 = 20'$. Donc $\gamma = 60°20'$.

....

6.3 a) On a $\alpha = i$. Il s'agit de la loi de Snell-Descartes pour la réflexion.

....

6.3 b) On a $\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{2}$ et $\alpha = i$, donc $\beta = \dfrac{\pi}{2} - i$.

....

6.3 c) La loi de Snell-Descartes pour la réfraction donne : $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(\delta)$. Donc $\delta = \arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)$.

....

6.4 a) La loi de Snell Descartes pour la réfraction donne : $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$. On obtient pour r :

$$r = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin(i)\right) \text{ et donc } r = \arcsin\left(\frac{1}{1{,}45} \times \sin(24{,}0)\right) = 16{,}3°.$$

Attention à bien régler la calculatrice en degrés ou à convertir l'angle en radians.

....

6.4 b) Si la calculatrice est réglée en degrés, on a : $r = \arcsin\left(\dfrac{1}{1{,}45}\sin(0{,}674 \times \dfrac{180}{\pi})\right) = 25{,}5°$.

....

6.4 c) On a $i = \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\sin(r)\right)$ donc $i = \arcsin\left(\dfrac{1{,}45}{1}\sin 15{,}0\right) = 22{,}0°$.

....

6.5 a) On a $f = \dfrac{c}{\lambda_0} = \dfrac{3{,}00 \times 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}}{532\,\mathrm{nm}} = 5{,}64 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz} = 564\,\mathrm{THz}$.

....

6.5 b) On a $E = hf = 6{,}63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s} \times 5{,}64 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz} = 3{,}74 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$.

Fiche n° 7. Lentilles

Réponses

7.1 a) $\boxed{\dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}}$

7.1 b) $\boxed{-2}$

7.2 a) $\boxed{40\,\text{cm}}$

7.2 b) $\boxed{-10\,\text{cm}}$

7.2 c) $\boxed{-50\,\text{cm}}$

7.2 d) $\boxed{20\,\text{cm}}$

7.3 a) $\boxed{\dfrac{A_1B_1}{f'_1}}$

7.3 b) $\boxed{\dfrac{A_1B_1}{f'_2}}$

7.3 c) $\boxed{\dfrac{f'_1}{f'_2}}$

7.3 d) $\boxed{4}$

7.5 a) $\boxed{5{,}0\,\text{cm}}$

7.5 b) $\boxed{+20\ \delta}$

7.6 $\boxed{\text{b}}$

7.7 a) $\boxed{\dfrac{\overline{OA} \times \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}}$

7.7 b) $\boxed{\dfrac{\overline{OA'} \times f'}{f' - \overline{OA'}}}$

7.7 c) $\boxed{\dfrac{\overline{OA} \times \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}}$

7.7 d) $\boxed{\text{après}}$

7.8 a) $\boxed{\text{b}}$

7.8 b) $\boxed{\text{b}}$

7.9 a) $\boxed{\overline{OA} = -5{,}02\,\text{cm}}$

7.9 b) $\boxed{10{,}8\,\text{m} \times 7{,}2\,\text{m}}$

Corrigés

7.1 a) Par application du théorème de Thalès, on a $\dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$.

7.1 b) Par lecture graphique, on constate que $\overline{OA'} = 8$ unités horizontales et $\overline{OA} = -4$ unités horizontales. D'après la relation déterminée dans la question précédente, on a $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{8 \text{ carreaux}}{-4 \text{ carreaux}} = -2$.

7.2 a) Le sens positif est le sens de propagation de la lumière. Le point F'_1 est après O_1 donc $\overline{O_1F'_1} = 40\,\text{cm}$.

7.2 b) Le point F_2 est en avant de O_2 donc $\overline{O_2F_2} = -10\,\text{cm}$.

7.2 c) Le point O_1 est en avant de O_2 donc $\overline{O_2O_1} = -50\,\text{cm}$.

7.2 d) Le point A_1 est en avant de F'_2 donc $\overline{A_1F'_2} = 20\,\text{cm}$.

7.3 a) Dans le triangle rectangle $O_1A_1B_1$, on a $\tan(\alpha) = \dfrac{A_1B_1}{O_1F'_1}$. Comme l'objet est très éloigné, l'angle α est petit ; comme il est exprimé en radians, on peut effectuer l'approximation $\alpha \approx \tan(\alpha)$.

7.3 b) Dans le triangle rectangle $O_2A_1B_1$, on a $\tan(\alpha') = \dfrac{A_1B_1}{O_2F'_2}$. Comme l'objet est très éloigné, l'angle α' est petit ; comme il est exprimé en radians, on peut effectuer l'approximation $\alpha' \approx \tan(\alpha')$.

7.3 c) En utilisant les deux expressions trouvées pour α et α', on trouve :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\mathrm{A_1B_1}}{f'_2} \times \frac{f'_1}{\mathrm{A_1B_1}} = \frac{f'_1}{f'_2}.$$

7.3 d) Graphiquement, on lit $f'_1 = 16$ carreaux et $f'_2 = 4$ carreaux. Donc, on a $G = \dfrac{f'_1}{f'_2} = 4$. Un objet lointain observé à travers cette lunette apparaîtra sous un diamètre 4 fois plus important qu'à l'œil nu.

7.5 a) On ajoute un rayon incident issu de B parallèle à l'axe optique principal et émergeant en B$'$.

On trouve la position du foyer image principal F$'$ à l'intersection entre l'axe optique principal et le rayon tracé.

En mesurant la distance $\overline{\mathrm{OF'}}$ sur le schéma et en tenant compte de l'échelle du document (8 carreaux sur le document correspondent à 10 cm en réalité), on trouve : $\overline{\mathrm{OF'}} = 5{,}0\,\mathrm{cm}$.

7.5 b) En utilisant la définition de la vergence, on a $V = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{0{,}05\,\mathrm{m}} = +20\ \delta$.

7.6 Pour comparer les lentilles, il faut comparer soit leurs distances focales images f', soit leurs distances focales objets $f = -f'$, soit leurs vergences $V = \dfrac{1}{f'}$.

Remarquons que le lentille (d) est exclue d'office, car $f'_d = -8{,}0\,\mathrm{cm} < 0$ donc il s'agit d'une lentille divergente ($f' < 0$) et non convergente ($f' > 0$).

Calculons les vergences des trois lentilles qui sont encore à considérer. On a :

- pour la lentille (a) : $V_a = +8{,}0\ \delta$;
- pour la lentille (b) : $V_b = \dfrac{1}{f'_b} = \dfrac{1}{0{,}080\,\mathrm{m}} = +12{,}5\ \delta$;
- et pour la lentille (c) : $V_c = \dfrac{1}{f'} = -\dfrac{1}{f} = -\dfrac{1}{-0{,}100\,\mathrm{m}} = +10{,}0\ \delta$.

On a $V_b > V_c > V_a$; donc, c'est la lentille (b) qui est la plus convergente.

7.7 a) On déduit de la relation $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$ que $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OF'}}}$.

7.7 b) On déduit de la relation $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$ que $\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA'}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OF'}} - \overline{\mathrm{OA'}}}$. Ainsi, $\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA'}} \times f'}{f' - \overline{\mathrm{OA'}}}$.

7.7 c) On déduit de la relation $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$ que $f' = \overline{\mathrm{OF'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}} - \overline{\mathrm{OA'}}}$.

7.7 d) On a montré que $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OF'}}}$. Or, on a $\overline{\mathrm{OA}} = -15\,\mathrm{cm}$ et $\overline{\mathrm{OF'}} = 4{,}0\,\mathrm{cm}$.

L'application numérique donne $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{-15\,\mathrm{cm} \times 4{,}0\,\mathrm{cm}}{-15\,\mathrm{cm} + 4{,}0\,\mathrm{cm}} = 5{,}5\,\mathrm{cm}$.

Comme $\overline{\mathrm{OA'}} > 0$, l'image $\overline{\mathrm{A'B'}}$ se situe après la lentille.

7.8 a) Par définition du grandissement, l'image est agrandie car $|\gamma| > 1$.

7.8 b) L'image est renversée car $\gamma < 0$.

7.9 a) On a $\overline{\mathrm{OA'}} = 15\,\mathrm{m}$ et $f' = 5{,}00 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$. D'après la relation de conjugaison de Descartes, on a :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}.$$

On en déduit que $\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA'}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OF'}} - \overline{\mathrm{OA'}}}$. Donc, on a $\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{15{,}0\,\mathrm{m} \times 5{,}00 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{5{,}02 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} - 15\,\mathrm{m}} = -5{,}02 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} = -5{,}02\,\mathrm{cm}$.

7.9 b) Le grandissement γ vaut :

$$\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{15\,\mathrm{m}}{-0{,}050\ 2\,\mathrm{m}} = -299.$$

Ainsi, la largeur de l'image sur l'écran vaut $299 \times 36 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 10{,}8\,\mathrm{m}$. De plus, la hauteur de l'image sur l'écran vaut $299 \times 24 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 7{,}18\,\mathrm{m}$.

Finalement, les dimensions de l'image sur l'écran sont : $10{,}8\,\mathrm{m} \times 7{,}2\,\mathrm{m}$.

Fiche n° 8. Cinématique

Réponses

8.1 a) .... $\boxed{1\,\text{h}\ 6\,\text{min}\ 40\,\text{s}}$

8.1 b) .... $\boxed{8\,\text{min}\ 20\,\text{s}}$

8.2 a) .... $\boxed{a_0 \times \tau_1}$

8.2 b) .... $\boxed{\dfrac{a_0 \times {\tau_1}^2}{2}}$

8.2 c) .... $\boxed{a_0 \times \tau_1 \times \left(\dfrac{\tau_1}{2} + \tau_2\right)}$

8.3 .... $\boxed{\text{c}}$

8.4 .... $\boxed{\text{b}}$

8.5 a) .... $\boxed{a(\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \sin(\theta)\overrightarrow{e_y})}$

8.5 b) .... $\boxed{a\left(\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \left(\sin(\theta) + \dfrac{b}{a}\right)\overrightarrow{e_y}\right)}$

8.5 c) .... $\boxed{a\left(2\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \left(2\sin(\theta) + \dfrac{b}{a}\right)\overrightarrow{e_y}\right)}$

8.5 d) .... $\boxed{-b\overrightarrow{e_y}}$

8.6 a) .... $\boxed{v_{0x}t}$

8.6 b) .... $\boxed{-\dfrac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t}$

8.6 c) .... $\boxed{z = -\dfrac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \dfrac{v_{0z}}{v_{0x}}x}$

Corrigés

8.1 a) La voiture avance à vitesse constante. Pour parcourir 100 km, il lui faudra le temps :

$$\tau = \frac{100\,\text{km}}{90\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}} = 1{,}11\,\text{h} = 1\,\text{h}\ 6\,\text{min}\ 40\,\text{s}.$$

....

8.1 b) Pour parcourir 100 km à $80\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, il lui faudrait le temps $\tau' = \dfrac{100\,\text{km}}{80\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}} = 1{,}25\,\text{h}$. Le temps de trajet serait donc allongé de $\Delta t = \tau' - \tau = 0{,}14\,\text{h} = 8\,\text{min}\ 20\,\text{s}$.

....

8.2 a) L'accélération est constante durant le temps τ_1 et la vitesse initiale est nulle. La vitesse à un instant t vaut donc $v(t) = a_0 \times t$, d'où $v_1 = v(\tau_1) = a_0 \times \tau_1$.

....

8.2 b) Pour $t \in [0, \tau_1]$, la vitesse est décrite par l'équation : $v(t) = a_0 \times t$. La distance parcourue à la date t s'écrit donc $d(t) = \dfrac{1}{2}a_0 \times t^2$. Ainsi, on a $d_1 = d(\tau_1) = \dfrac{a_0 \times {\tau_1}^2}{2}$.

....

8.2 c) La distance totale parcourue est $d_{\text{tot}} = d_1 + d_2$, avec d_1 évaluée à la question précédente et d_2 la distance parcourue par le véhicule dans la seconde phase du mouvement où il progresse à vitesse constante.

Or, on a $d_2 = v_1 \times \tau_2$. Ainsi, on a $d_{\text{tot}} = a_0 \times \tau_1 \times \left(\dfrac{\tau_1}{2} + \tau_2\right)$.

....

8.3 À $t = 0$, l'avion a une vitesse nulle. Sa vitesse au temps t s'écrit alors $v(t) = a \times t$ et la distance qu'il parcourt vaut $d(t) = \dfrac{1}{2}a \times t^2$.

D'abord le temps t_d où l'avion atteint la vitesse v_d vaut $t_d = \dfrac{v_d}{a}$.

Pour faire l'application numérique, il nous faut exprimer la vitesse v_d en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. On a :

$$v_d = \frac{180 \times 10^3\,\mathrm{m}}{3\,600\,\mathrm{s}} = 50\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \text{ et donc } t_d = \frac{50\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}}{2{,}5\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}} = 20\,\mathrm{s}.$$

La longueur de la piste correspond à la distance parcourue pendant cette durée, donc :

$$L = \frac{1}{2} a \times {t_d}^2 = \frac{{v_d}^2}{2a} = \frac{(50\,\mathrm{m \cdot s^{-1}})^2}{2 \times 2{,}5\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}} = 500\,\mathrm{m}.$$

....

8.4 La vitesse de la voiture à un instant t s'écrit $v(t) = v_i - a \times t$ avec :

$$v_i = 110\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1} = \frac{110 \times 10^3\,\mathrm{m}}{3\,600\,\mathrm{s}} = 30{,}6\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}.$$

Ainsi, le véhicule s'arrêtera à la date t_a telle que $v_i - a \times t = 0\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. On a $t_a = \dfrac{v_i}{a} = \dfrac{30{,}6\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}}{10\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}} = 3{,}06\,\mathrm{s}$.

La distance parcourue pendant le freinage vaut $d(t) = v_i \times t - \dfrac{1}{2}a \times t^2$.

La distance d'arrêt d_a correspond à la distance parcourue pendant la durée t_a : c'est $d_a = \dfrac{{v_i}^2}{2a} = 46{,}7\,\mathrm{m}$.

....

8.5 a) On a $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = a(\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \sin(\theta)\overrightarrow{e_y})$.

....

8.5 b) On a $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{AB}} = a\left(\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \left(\sin(\theta) + \dfrac{b}{a}\right)\overrightarrow{e_y}\right)$.

....

8.5 c) On a $\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}} = a\left(2\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \left(2\sin(\theta) + \dfrac{b}{a}\right)\overrightarrow{e_y}\right)$.

....

8.5 d) On a $\overrightarrow{\mathrm{OA}} - \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{\mathrm{BA}} = -b\overrightarrow{e_y}$.

....

8.6 a) On a $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{g}$. En projetant, nous obtenons :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0 \\ \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -g. \end{cases}$$

Donc, on a $v_x = \mathrm{C}^{\mathrm{te}} = v_{0x}$. En intégrant une deuxième fois, vu que M est initialement en O, on obtient : $x(t) = v_{0x}t$.

....

8.6 b) On a $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{g}$. En projetant, nous obtenons :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0 \\ \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -g. \end{cases}$$

Donc, en intégrant, on a $\displaystyle\int_{v_{0z}}^{v_z(t)} \mathrm{d}v_z = \int_0^t -g \cdot \mathrm{d}t$ donc $v_z = -gt + v_{0z}$. En intégrant une deuxième fois, vu que M est initialement en O, on obtient :

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t.$$

....

8.6 c) À partir de l'expression de $x(t)$, on peut écrire $t = x/v_{0x}$. On remplace t par cette expression dans z :

$$z = -\frac{1}{2}g(x/v_{0x})^2 + v_{0z}x/v_{0x}.$$

Finalement, on trouve l'équation $z = -\dfrac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \dfrac{v_{0z}}{v_{0x}}x$.

....

Fiche n° 9. Principe fondamental de la dynamique

Réponses

9.1 a)	$a_0(t-t_0)$
9.1 b)	0
9.1 c)	$\dfrac{a_0}{k}\left[1-\mathrm{e}^{-k(t-t_0)}\right]$
9.2 a)	$\cos(\alpha)\overrightarrow{e_x}+\sin(\alpha)\overrightarrow{e_y}$
9.2 b)	$-\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x}+\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}$
9.2 c)	$\cos(\alpha)\overrightarrow{e_x}+\sin(\alpha)\overrightarrow{e_y}$
9.2 d)	$-\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x}+\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}$
9.3 a)	$-P\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x}-P\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}$
9.3 b)	$N\overrightarrow{e_y}$
9.4 a)	$\left(\dfrac{1}{2}a_0t^2+x_0\right)\overrightarrow{e_x}-v_0t\overrightarrow{e_y}+z_0\overrightarrow{e_z}$
9.4 b)	$a_0t\overrightarrow{e_x}-v_0\overrightarrow{e_y}$
9.4 c)	$a_0\overrightarrow{e_x}$
9.5 a)	$g\overrightarrow{e_z}$
9.5 b)	$v_0\overrightarrow{e_x}+gt\overrightarrow{e_z}$
9.5 c)	$(v_0t+x_0)\overrightarrow{e_x}+y_0\overrightarrow{e_y}+\dfrac{1}{2}gt^2\overrightarrow{e_z}$
9.6 a)	2,2 N
9.6 b)	0,46 rad
9.7 a)	$(T'-T)\cos\theta$
9.7 b)	$(T'+T)\sin\theta-F$
9.7 c)	1,17 kN
9.8	1,6 N

Corrigés

9.1 a) La solution générale s'écrit $v(t)=a_0t+C_1$, où C_1 est une constante d'intégration que l'on détermine à l'aide de la condition $v(t_0)=0$. Cette condition donne $C_1=-a_0t_0$, d'où la solution $v(t)=a_0(t-t_0)$.

9.1 b) La solution générale s'écrit $v(t)=A\mathrm{e}^{-kt}$. La condition initiale $v(t_0)=0$ implique $A=0$ puisque $\mathrm{e}^{-kt}>0$ pour tout t. Ainsi la solution est $v(t)=0$.

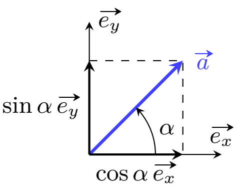
9.1 c) La solution de l'équation homogène est $v(t)=A\mathrm{e}^{-kt}$. Une solution particulière (constante) est $v=\dfrac{a_0}{k}$. Les solutions sont $v(t)=A\mathrm{e}^{-kt}+\dfrac{a_0}{k}$. La condition initiale $v(t_0)=0$ donne $A=-\dfrac{a_0}{k}\mathrm{e}^{kt_0}$. Il en découle la solution générale : $v(t)=\dfrac{a_0}{k}\left[1-\mathrm{e}^{-k(t-t_0)}\right]$.

9.2 a)

La composante suivant $\overrightarrow{e_x}$ correspond au produit scalaire :

$$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{e_x}=1\times\cos(\alpha).$$

De même, la composante suivant $\overrightarrow{e_y}$ est le produit scalaire $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{e_y}=1\times\cos(\pi/2-\alpha)=a\sin(\alpha)$. On peut retrouver ces résultats géométriquement (*cf.* ci-contre).



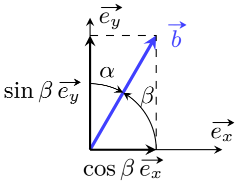
9.2 b)

Sur le schéma proposé, $-\pi/2 < \alpha < 0$. On peut introduire β tel que $\beta - \alpha = \pi/2$. La composante suivant $\overrightarrow{e_x}$ vaut :

$$b_x = \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{e_x} = \cos(\beta) = \cos(\pi/2 + \alpha) = -\sin(\alpha).$$

De même, la composante suivant $\overrightarrow{e_y}$ vaut :

$$b_y = \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{e_y} = \sin(\beta) = \cos(\alpha).$$



On peut vérifier le résultat pour quelques situations : $\alpha = 0$, où $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{e_y}$; ou bien $\alpha = -\pi/2$, où $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{e_x}$.

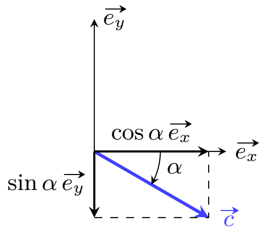
....

9.2 c)

Il s'agit de la même situation que pour le vecteur $\overrightarrow{a}$ mais avec un angle α orienté comme sur le schéma proposé et donc tel que $-\pi/2 < \alpha < 0$. On a :

$$c_x = \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{e_x} = \cos(\alpha) \quad \text{et} \quad c_y = \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{e_y} = \sin(\alpha).$$

On retrouve ces projections à l'aide de la construction ci-contre.



9.2 d)

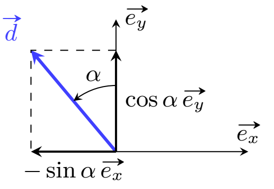
On trouve :

$$d_x = \overrightarrow{d} \cdot \overrightarrow{e_x} = \cos(\pi/2 + \alpha) = -\sin(\alpha)$$

et

$$d_y = \overrightarrow{d} \cdot \overrightarrow{e_y} = \cos(\alpha).$$

La construction ci-contre confirme ces projections.



9.3 a) La composante suivant $\overrightarrow{e_x}$ du poids est $P_x = \overrightarrow{P} \cdot \overrightarrow{e_x} = P\cos(\alpha + \pi/2) = -P\sin(\alpha)$. De même, sa composante suivant $\overrightarrow{e_y}$ s'écrit $P_y = \overrightarrow{P} \cdot \overrightarrow{e_y} = P\cos(\alpha + \pi) = -P\cos(\alpha)$. Ainsi, le poids s'écrit :

$$\overrightarrow{P} = -P\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x} - P\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}.$$

9.3 b) Le vecteur $\overrightarrow{N}$ est colinéaire au vecteur unitaire $\overrightarrow{e_y}$ et de même sens ; on a donc $\overrightarrow{N} = N\overrightarrow{e_y}$.

9.4 a) Le vecteur position est le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y} + z\overrightarrow{e_z}$, d'où :

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \left(\frac{1}{2}a_0t^2 + x_0\right)\overrightarrow{e_x} - v_0t\overrightarrow{e_y} + z_0\overrightarrow{e_z}.$$

9.4 b) Dans le système de coordonnées cartésiennes, le vecteur vitesse s'écrit :

$$\overrightarrow{v} = \dot{x}\overrightarrow{e_x} + \dot{y}\overrightarrow{e_y} + \dot{z}\overrightarrow{e_z} = a_0t\overrightarrow{e_x} - v_0\overrightarrow{e_y}.$$

9.4 c) Dans le système de coordonnées cartésiennes, le vecteur accélération s'exprime en fonction des dérivées secondes des coordonnées : $\vec{a} = \ddot{x}\vec{e_x} + \ddot{y}\vec{e_y} + \ddot{z}\vec{e_z} = a_0\vec{e_x}$.

9.5 a) D'après le principe fondamental de la dynamique, on a $mg\vec{e_z} = m\vec{a}$, d'où $\vec{a} = g\vec{e_z}$.

9.5 b) L'accélération s'écrit $\vec{a} = \dot{v}_x\vec{e_x} + \dot{v}_y\vec{e_y} + \dot{v}_z\vec{e_z}$. On en déduit :

$$\begin{cases} \dot{v}_x &= 0 \\ \dot{v}_y &= 0 \\ \dot{v}_z &= g \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} v_x &= C_1 \\ v_y &= C_2 \\ v_z &= gt + C_3. \end{cases}$$

Les conditions initiales imposent $C_1 = v_0$, $C_2 = 0$ et $C_3 = 0$. Finalement, on trouve $\vec{v} = v_0\vec{e_x} + gt\vec{e_z}$.

9.5 c) Le vecteur vitesse s'écrit $\vec{v} = \dot{x}\vec{e_x} + \dot{y}\vec{e_y} + \dot{z}\vec{e_z}$.

Par identification avec l'expression obtenue précédemment, on a :

$$\begin{cases} \dot{x} &= v_0 \\ \dot{y} &= 0 \\ \dot{z} &= gt \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} x &= v_0 t + C_4 \\ y &= C_5 \\ z &= \frac{1}{2}gt^2 + C_6. \end{cases}$$

Les conditions initiales imposent $C_4 = x_0$, $C_5 = y_0$ et $C_6 = 0$. Finalement, on trouve :

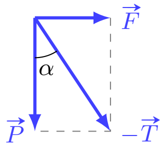
$$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = (v_0 t + x_0)\vec{e_x} + y_0\vec{e_y} + \frac{1}{2}gt^2\vec{e_z}.$$

9.6 a) Calculons le carré scalaire :

$$\vec{T}^2 = (-\vec{F} - \vec{P})^2 = F^2 + P^2 + 2\vec{F}\cdot\vec{P} = 5,$$

car $\vec{F}\cdot\vec{P} = 0$. Par conséquent, $T = \sqrt{5\,\mathrm{N}^2} \simeq 2{,}2\,\mathrm{N}$.

9.6 b) Une construction géométrique permet de trouver immédiatement l'angle α :



$$\tan\alpha = F/P \quad \text{soit} \quad \alpha = 0{,}46\,\mathrm{rad}.$$

On peut aussi utiliser les produits scalaires. Par exemple :

$$\vec{T}\cdot\vec{F} = T \times F\cos(\pi/2 + \alpha) = -TF\sin\alpha.$$

De plus, compte tenu de l'équilibre des forces, on a :

$$\vec{T}\cdot\vec{F} = (-\vec{F} - \vec{P})\cdot\vec{F} = -F^2 - \vec{P}\cdot\vec{F} = -F^2.$$

Il en découle $\sin\alpha = F/T$, soit $\alpha = 0{,}46\,\mathrm{rad}$ (c'est-à-dire $\alpha = 26°$).

9.7 a) On a $\vec{R} = \vec{T} + \vec{T'} + \vec{F}$. La composante horizontale de $\vec{R}$ vaut :

$$R_x = \vec{R}\cdot\vec{e_x} = \underbrace{\vec{T}\cdot\vec{e_x}}_{-T\cos\theta} + \underbrace{\vec{T'}\cdot\vec{e_x}}_{T'\cos\theta} + \underbrace{\vec{F}\cdot\vec{e_x}}_{0} = (T' - T)\cos\theta.$$

9.7 b) La composante verticale de $\overrightarrow{R}$ s'écrit :

$$R_y = \overrightarrow{R} \cdot \overrightarrow{e_y} = \underbrace{\overrightarrow{T} \cdot \overrightarrow{e_y}}_{T \sin\theta} + \underbrace{\overrightarrow{T'} \cdot \overrightarrow{e_y}}_{T' \sin\theta} + \underbrace{\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{e_y}}_{-F} = (T' + T)\sin\theta - F.$$

9.7 c) Résoudre l'équation vectorielle $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{0}$, c'est résoudre le système d'équations suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} (T' - T)\cos\theta & = & 0 \\ (T' + T)\sin\theta - F & = & 0 \end{array}\right. \quad \text{soit} \quad \left\{\begin{array}{rcl} T' & = & T \\ T & = & \dfrac{F}{2\sin\theta}. \end{array}\right.$$

Sachant que $F = 800\,\text{N}$ et $\theta = 20°$, on obtient $T = 1{,}17\,\text{kN}$.

9.8 Le principe fondamental de la dynamique impose $m\overrightarrow{g} + \overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}$. En projetant la relation précédente suivant la verticale descendante, on obtient $mg - F = ma$, ce qui donne $F = m(g - a) = 1{,}6\,\text{N}$.

Fiche n° 10. Gaz parfaits

Réponses

10.1 a) ... $\boxed{62\,\mathrm{L}}$

10.1 b) ... $\boxed{25\,\mathrm{L}}$

10.1 c) ... $\boxed{6{,}8 \times 10^2\,\mathrm{L}}$

10.2 a) ... $\boxed{58\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}}$

10.2 b) ... $\boxed{1{,}8 \times 10^2\,\mathrm{bar}}$

10.2 c) ... $\boxed{5{,}5\,\mathrm{m^3}}$

10.3 ... $\boxed{64\,°\mathrm{C}}$

10.4 a) ... $\boxed{1{,}00\,\mathrm{bar}}$

10.4 b) ... $\boxed{1{,}24\,\mathrm{bar}}$

10.5 a) ... $\boxed{\dfrac{MP}{RT}}$

10.5 b) ... $\boxed{\text{non}}$

10.6 a) ... $\boxed{4\rho_1}$

10.6 b) ... $\boxed{3{,}7\rho_1}$

10.7 ... $\boxed{\dfrac{M_{\mathrm{A}}}{M_{\mathrm{air}}}}$

Corrigés

10.1 a) On a $PV = nRT$ avec $n = \dfrac{m}{M}$. Ainsi, on a $V = \dfrac{m}{M} \times \dfrac{RT}{P}$. Notez que l'on peut laisser les masses en g si l'on exprime la masse molaire en $\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.

Ainsi, on a $V = \dfrac{100\,\mathrm{g}}{40\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}} \times \dfrac{8{,}314\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}} \times 298{,}15\,\mathrm{K}}{1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}} = 62 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3} = 62\,\mathrm{L}$.

.....

10.1 b) On a $V = \dfrac{32\,\mathrm{g}}{2 \times 16\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}} \times \dfrac{8{,}314\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}} \times 298{,}15\,\mathrm{K}}{1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}} = 24{,}8 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3} = 25\,\mathrm{L}$.

.....

10.1 c) On a $V = \dfrac{1\,200\,\mathrm{g}}{(12 + 2 \times 16)\mathrm{g \cdot mol^{-1}}} \times \dfrac{8{,}314\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}} \times 298{,}15\,\mathrm{K}}{1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}} = 0{,}676\,\mathrm{m^3} = 6{,}8 \times 10^2\,\mathrm{L}$.

.....

10.2 a) On a $M_{\mathrm{C_4H_{10}}} = 4 \times M_{\mathrm{C}} + 10 \times M_{\mathrm{H}} = 4 \times 12\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}} + 10 \times 1\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}} = 58\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.

.....

10.2 b) Si tout le butane était à l'état gazeux dans la bouteille et en admettant qu'il se comporte comme un gaz parfait, la pression qui y règnerait serait de :

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{m}{M} \times \frac{RT}{V} = \frac{13 \times 10^3\,\mathrm{g}}{58\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}} \times \frac{8{,}314\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}} \times 293{,}15\,\mathrm{K}}{30{,}6 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}} = 179 \times 10^5\,\mathrm{Pa} = 1{,}8 \times 10^2\,\mathrm{bar},$$

et la bouteille exploserait... Heureusement qu'une grande partie est à l'état liquide !

.....

10.2 c) En considérant le butane comme gaz parfait, on a :

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{m}{M}\frac{RT}{P} = \frac{13 \times 10^3\,\mathrm{g}}{58\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}} \times \frac{8{,}314\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}} \times 293{,}15\,\mathrm{K}}{1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}} = 5{,}5\,\mathrm{m^3}.$$

.....

10.3 D'après la loi des gaz parfaits : $P_1V = nRT_1$ et $P_2V = nRT_2$, ce qui donne à volume constant :

$$T_2 = T_1\frac{P_2}{P_1} = (273,15 + 20)\mathrm{K} \times \frac{2{,}3\,\mathrm{bar}}{2{,}0\,\mathrm{bar}} = 337\,\mathrm{K} = 64\,°\mathrm{C}.$$

.....

10.4 a) À température constante, le produit PV reste constant, d'où :

$$P_1V_1 = P_2V_2 \quad \text{avec} \quad V_2 = 1{,}2V_1 \quad \text{d'où} \quad P_2 = \frac{P_1}{1{,}2} = 1{,}0\,\text{bar}.$$

10.4 b) À volume constant, le quotient P/T reste constant, d'où :

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \text{d'où} \quad P_2 = P_1\frac{T_2}{T_1} = 1{,}2 \times \frac{303,15}{293,15} = 1{,}24\,\text{bar}.$$

10.5 a) Par définition, la masse volumique vaut :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{\frac{nRT}{P}} = \frac{MP}{RT}.$$

10.5 b) Assimilons la vapeur d'eau à un gaz parfait. On a alors :

$$\rho = \frac{18 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \times 1{,}013 \times 10^{5}\,\mathrm{Pa}}{8{,}314\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \times 373{,}15\,\mathrm{K}} = 0{,}588\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}.$$

Ce résultat est en désaccord avec la mesure.

Au voisinage d'un changement d'état (comme ici, où l'eau est à l'état de vapeur saturante), le modèle du gaz parfait n'est pas valide.

....

10.6 a) La masse volumique d'un gaz parfait s'écrit $\rho = \dfrac{MP}{RT}$. On a donc ici :

$$\rho_1 = \frac{MP_1}{RT_1} \quad \text{et} \quad \rho_2 = \frac{MP_2}{RT_1}.$$

Ceci donne $\rho_2 = \rho_1 \dfrac{P_2}{P_1} = 4\rho_1$.

....

10.6 b) Le même raisonnement mène à $\rho_2 = \rho_1 \dfrac{T_1 P_2}{T_2 P_1} = 3{,}7\rho_1$.

On fera attention au fait que, dans un rapport de températures, celles-ci sont à exprimer en kelvins.

....

10.7 Exprimons la masse volumique en fonction de la masse molaire pour un gaz parfait :

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{mRT}{MP} \quad \text{donc} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}.$$

Ainsi, sous la même pression et la même température, on a :

$$d = \frac{\rho_{\mathrm{A}}}{\rho_{\mathrm{air}}} = \frac{PM_{\mathrm{A}}}{PM_{\mathrm{air}}} = \frac{M_{\mathrm{A}}}{M_{\mathrm{air}}}.$$

....