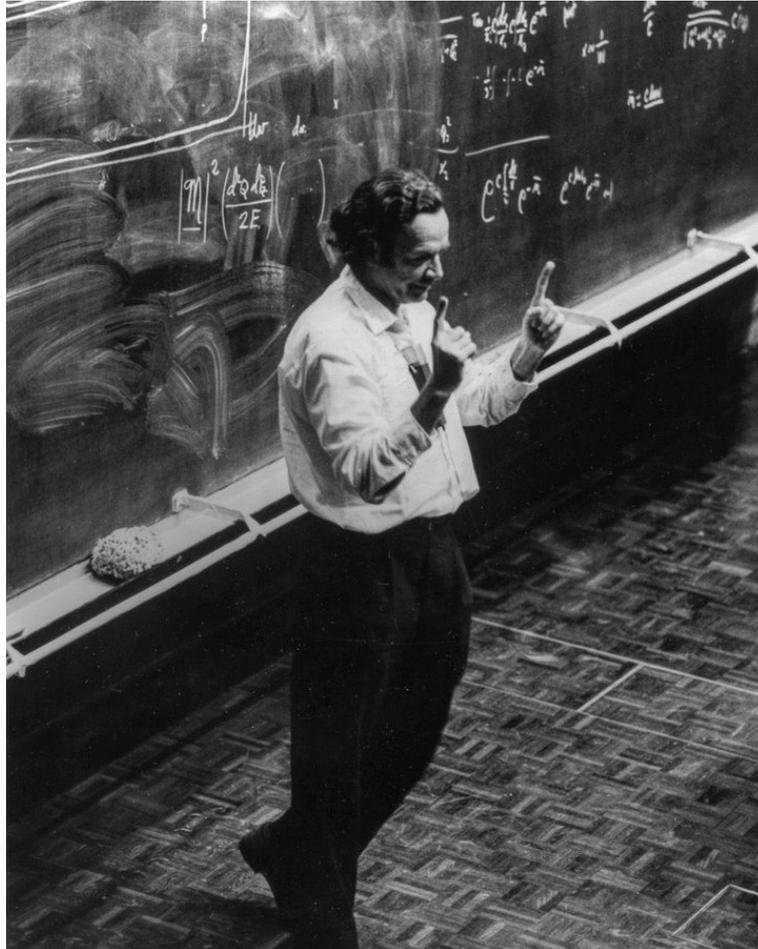


# Cahier d'entraînement

— en physique-chimie —

---



Richard FEYNMAN (1918–1988)

Cette photo a été prise alors que Richard FEYNMAN donnait un cours au CERN en 1970.

Feynman est un physicien américain, l'un des plus influents de la seconde moitié du XX<sup>e</sup> siècle, en raison notamment de ses travaux sur l'électrodynamique quantique, les quarks et l'hélium superfluide.

Il a notamment marqué l'histoire de la physique par ses cours, réputés passionnants.

Ce cahier d'entraînement a été écrit collectivement par des professeurs en classes préparatoires scientifiques.

### **Coordination**

Colas BARDAVID et Jimmy ROUSSEL

### **Équipe des participants**

Stéphane BARGOT, Claire BOGGIO, Cécile BONNAND, Alexis BRÈS, Geoffroy BURGUNDER, Erwan CAPITAINE, Caroline CHEVALIER, Maxime DEFOSSEUX, Raphaëlle DELAGRANGE, Alexis DROUARD, Gaëlle DUMAS, Alexandre FAFIN, Jean-Julien FLECK, Aéla FORTUN, Florence GOUTVERG, Chahira HAJLAOUI, Mathieu HEBDING, Lucas HENRY, Didier HÉRISSON, Jean-Christophe IMBERT, Fanny JOSPITRE, Tom KRISTENSEN, Emmanuelle LAAGE, Catherine LAVAINNE, Maxence MIGUEL-BREBION, Anne-Sophie MOREAU, Louis PÉAULT, Isabelle QUINOT, Valentin QUINT, Alain ROBICHON, Caroline ROSSI-GENDRON, Nancy SAUSSAC, Anthony YIP

Le pictogramme 🕒 de l'horloge a été créé par Ralf SCHMITZER (The Noun Project).

Le pictogramme 🚧 du bulldozer a été créé par Ayub IRAWAN (The Noun Project).

La photographie de la couverture vient de TWITTER. L'illustration est utilisée à des fins pédagogiques et les droits restent réservés.

# Sommaire

*Mode d'emploi du cahier d'entraînement* ..... v

---

## Généralités

- fiche 1. Conversions ..... 3
  - fiche 2. Signaux ..... 9
- 

## Électricité

- fiche 3. Étude des circuits électriques II ..... 15
  - fiche 4. Énergie et puissance électriques ..... 18
- 

## Optique

- fiche 5. Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes ..... 26
  - fiche 6. Lentilles ..... 30
- 

## Mécanique

- fiche 7. Cinématique ..... 38
  - fiche 8. Principe fondamental de la dynamique ..... 43
  - fiche 9. Approche énergétique en mécanique ..... 49
-

---

## Thermodynamique

- fiche 10. Gaz parfaits ..... 53

---

## Chimie

- fiche 11. Fondamentaux de la chimie des solutions..... 57
- fiche 12. Réactions chimiques ..... 66

---

## Chiffres significatifs et incertitudes

- fiche 13. Chiffres significatifs et incertitudes ..... 74

# Mode d'emploi

## Qu'est-ce que le cahier d'entraînement ?

Le *cahier d'entraînement en physique-chimie* est un outil destiné à renforcer l'acquisition de **réflexes utiles en physique et en chimie**.

Ce cahier a été conçu par une large équipe de professeurs en classes préparatoires, tous soucieux de vous apporter l'aide et les outils pour réussir.

## Comment est-il organisé ?

Le cahier est organisé en *fiches d'entraînement*, chacune correspondant à un thème issu du programme de première année d'enseignement supérieur.

Chaque fiche est composée d'une suite de petits exercices, appelés *entraînements*, dont le temps de résolution estimé est indiqué par une (🕒🕒🕒🕒), deux (🕒🕒🕒), trois (🕒🕒🕒) ou quatre (🕒🕒🕒🕒) horloges.

## Comment l'utiliser ?

Il est important d'aborder tous les thèmes pour consolider les notions de terminale qui seront revues en première année. Cependant tous les exercices ne sont pas à faire. Il faut adapter selon vos besoins. Vous trouverez à la fin de chaque thème les réponses en désordre.

## Les exercices « bulldozer »

Certains entraînements sont accompagnés d'un pictogramme représentant un bulldozer.



Ces entraînements sont **basiques et transversaux**.

Les compétences qu'ils mettent en jeu ne sont pas forcément spécifiques au thème de la fiche et peuvent être transversales.

*Ce pictogramme a été choisi car le bulldozer permet de construire les fondations, et que c'est sur des fondations solides que l'on bâtit les plus beaux édifices. Ces entraînements sont donc le gage pour vous d'acquérir un socle solide de savoir-faire.*

# Énoncés



# Conversions

**Prérequis**

Unités du Système international. Écriture scientifique.

## Unités et multiples

 **Entraînement 1.1 — Multiples du mètre.**



Écrire les longueurs suivantes en mètre et en écriture scientifique.

- |                |                      |                |                      |                |                      |
|----------------|----------------------|----------------|----------------------|----------------|----------------------|
| a) 1 dm .....  | <input type="text"/> | c) 3 mm .....  | <input type="text"/> | e) 5,2 pm .... | <input type="text"/> |
| b) 2,5 km .... | <input type="text"/> | d) 7,2 nm .... | <input type="text"/> | f) 13 fm ..... | <input type="text"/> |

 **Entraînement 1.2 — Multiples du mètre *bis*.**



Écrire les longueurs suivantes en mètre et en écriture scientifique.

- |                |                      |                |                      |                |                      |
|----------------|----------------------|----------------|----------------------|----------------|----------------------|
| a) 150 km .... | <input type="text"/> | c) 234 cm .... | <input type="text"/> | e) 0,23 mm ..  | <input type="text"/> |
| b) 0,7 pm .... | <input type="text"/> | d) 120 nm .... | <input type="text"/> | f) 0,41 nm ... | <input type="text"/> |

 **Entraînement 1.3 — Vitesse d'un électron.**



La vitesse d'un électron est  $v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$ , où  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C est la charge d'un électron,  $U = 0,150$  kV est une différence de potentiel et  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-28}$  g est la masse d'un électron.

- |                               |                      |
|-------------------------------|----------------------|
| a) Calculer $v$ en m/s .....  | <input type="text"/> |
| b) Calculer $v$ en km/h ..... | <input type="text"/> |

 **Entraînement 1.4 — Avec des joules.**



On considère la grandeur  $T = 0,67$  kW · h. On rappelle que  $1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$ .

Convertir  $T$  en joule, en utilisant le multiple le mieux adapté .....

 **Entraînement 1.5 — Valeur d'une résistance.**



La résistance d'un fil en cuivre est donnée par la formule  $R = \frac{\ell}{\gamma S}$ , où  $\gamma = 59 \text{ MS/m}$  est la conductivité du cuivre, où  $\ell = 1,0 \cdot 10^3 \text{ cm}$  est la longueur du fil et où  $S = 3,1 \text{ mm}^2$  est sa section.

L'unité des résistances est l'ohm, notée «  $\Omega$  ». L'unité notée «  $S$  » est le siemens ; on a  $1 \Omega = 1 \text{ S}^{-1}$ .

Calculer  $R$  (en ohm) .....

 **Entraînement 1.6 — Ronna, ronto, quetta et quecto.**



En novembre 2022, lors de la 27<sup>e</sup> réunion de la Conférence générale des poids et mesures, a été officialisée l'existence de quatre nouveaux préfixes dans le système international :

Facteur multiplicatif	Préfixe	Symbole
$10^{27}$	ronna	R
$10^{-27}$	ronto	r
$10^{30}$	quetta	Q
$10^{-30}$	quecto	q

On donne les masses de quelques objets :

Soleil	Jupiter	Terre	proton	électron
$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	$1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$	$5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$9,10 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Convertir ces masses en utilisant ces nouveaux préfixes (en écriture scientifique).

a) Soleil (en Rg) .....

f) Terre (en Qg) .....

b) Soleil (en Qg) .....

g) proton (en rg) .....

c) Jupiter (en Rg) .....

h) proton (en qg) .....

d) Jupiter (en Qg) .....

i) électron (en rg) .....

e) Terre (en Rg) .....

j) électron (en qg) .....

# Règle de trois et pourcentages

## Entraînement 1.7 — Un peu de cuisine.



Les ingrédients pour un gâteau sont : 4 œufs, 200 g de farine, 160 g de beurre, 100 g de sucre et 4 g de sel. On décide de faire la recette avec 5 œufs. Combien de grammes faut-il de

- |                  |                      |                 |                      |
|------------------|----------------------|-----------------|----------------------|
| a) farine? ..... | <input type="text"/> | c) sucre? ..... | <input type="text"/> |
| b) beurre? ..... | <input type="text"/> | d) sel? .....   | <input type="text"/> |

## Entraînement 1.8 — Pourcentages.



Convertir en pourcentage :

- |                        |                      |                         |                      |
|------------------------|----------------------|-------------------------|----------------------|
| a) 0,1 .....           | <input type="text"/> | d) $\frac{1}{20}$ ..... | <input type="text"/> |
| b) 0,007 .....         | <input type="text"/> | e) $\frac{9}{5}$ .....  | <input type="text"/> |
| c) $\frac{1}{2}$ ..... | <input type="text"/> | f) un quart de 2% ..... | <input type="text"/> |

## Entraînement 1.9 — Énergie en France 1.



La consommation d'énergie primaire en France (en 2020) est : nucléaire 40,0 %, pétrole 28,1 %, gaz 15,8 %, biomasse 4,4 %, charbon 2,5 % hydraulique 2,4 %, éolien 1,6 %.

Quel pourcentage occupent les autres énergies (solaire, biocarburants, etc.)? .....

## Entraînement 1.10 — Énergie en France 2.



La consommation primaire totale en France est de 2 571 TWh.

À l'aide des données de l'entraînement précédent, calculer (en « TWh ») les énergies créées par les sources suivantes :

- |                    |                      |                      |                      |
|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) nucléaire ..... | <input type="text"/> | e) charbon .....     | <input type="text"/> |
| b) pétrole .....   | <input type="text"/> | f) hydraulique ..... | <input type="text"/> |
| c) gaz .....       | <input type="text"/> | g) éolien .....      | <input type="text"/> |
| d) biomasse .....  | <input type="text"/> | h) autre .....       | <input type="text"/> |

 **Entraînement 1.11 — Abondance des éléments dans la croûte terrestre.**



L'abondance chimique d'un élément peut être exprimée en « parties par centaine » (notée %, on parle communément de « pourcentage »), en « parties par millier » (notée ‰, on parle aussi de « pour mille ») ou encore en « partie par millions » (notée « ppm »).

Les abondances de quelques éléments chimiques constituant la croûte terrestre sont :

Silicium	Or	Hydrogène	Fer	Oxygène	Cuivre
275‰	$1,0 \cdot 10^{-7} \%$	1,4 ‰	50 000 ppm	46 %	50 ppm

Quel est l'élément le moins abondant ? .....

## Longueurs, surfaces et volumes

 **Entraînement 1.12 — Taille d'un atome.**



La taille d'un atome est de l'ordre de 0,1 nm.

a) Quelle est sa taille en m (écriture scientifique) ? .....

b) Quelle est sa taille en m (écriture décimale) ? .....

 **Entraînement 1.13 — Alpha du centaure.**



La vitesse de la lumière dans le vide est  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m/s. Une année dure 365,25 jours. Alpha du centaure est à une distance de 4,7 années-lumière de la Terre.

a) Quelle est cette distance en m (écriture scientifique) ? .....

b) Quelle est cette distance en km (écriture scientifique) ? .....

 **Entraînement 1.14 — Avec des hectares.**



La superficie de la France est de 672 051 km<sup>2</sup>. L'île danoise de Bornholm (au nord de la Pologne) a une superficie de 589 km<sup>2</sup>. Un hectare (ha) est la surface d'un carré de 100 m de côté.

Donner les superficies suivantes :

a) un hectare (en m<sup>2</sup>) .....

d) la France (en ha) .....

b) un hectare (en km<sup>2</sup>) .....

e) Bornholm (en m<sup>2</sup>) .....

c) la France (en m<sup>2</sup>) .....

f) Bornholm (en ha) .....

 **Entraînement 1.15 — Volume.**



a) Peut-on faire tenir 150 mL d'huile dans un flacon de  $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ ? .....

b) Peut-on faire tenir 1,5 L d'eau dans un flacon de  $7,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ ? .....

## Masse volumique, densité et concentration

---

 **Entraînement 1.16 — Masse volumique.**



Une bouteille d'eau de 1 L a une masse de 1 kg. Un verre doseur rempli indique, pour la même graduation, eau : 40 cL et farine : 250 g.

a) Quelle est la masse volumique de l'eau en  $\text{kg}/\text{m}^3$ ? .....

b) Quelle est la masse volumique de la farine? .....

 **Entraînement 1.17 — Densité.**



La densité d'un corps est le rapport  $\frac{\rho_{\text{corps}}}{1\,000 \text{ kg}/\text{m}^3}$ , où  $\rho_{\text{corps}}$  est la masse volumique du corps en question.

a) Une barre de fer de volume 100 mL pèse 787 g. Quelle est la densité du fer? .....

b) Un cristal de calcium a une densité de 1,6. Quelle est sa masse volumique (en  $\text{kg}/\text{m}^3$ )? .....

 **Entraînement 1.18 — Un combat de masse.**



On possède un cube de 10 cm en plomb de masse volumique  $11,20 \text{ g}/\text{cm}^3$  et une boule de rayon 15 cm en or de masse volumique  $19\,300 \text{ kg}/\text{m}^3$ . On rappelle que le volume d'une boule de rayon  $R$  est  $\frac{4}{3}\pi R^3$ .

Lequel possède la plus grande masse? .....

 **Entraînement 1.19 — Prendre le volant ?**



Le taux maximal d'alcool dans le sang pour pouvoir conduire est de 0,5 g d'alcool pour 1 L de sang.

A-t-on le droit de conduire avec 2 mg d'alcool dans  $1\,000 \text{ mm}^3$  de sang? .....

# Autour de la vitesse

## Entraînement 1.20 — Le guépard ou la voiture ? ⏪ ⏩ ⏴ ⏵

Un guépard court à 28 m/s et un automobiliste conduit une voiture à 110 km/h sur l'autoroute.

Lequel est le plus rapide ? .....

## Entraînement 1.21 — Classement de vitesses. ⏪ ⏩ ⏴ ⏵

On considère les vitesses suivantes : 20 km/h, 10 m/s, 1 année-lumière/an, 22 mm/ns, 30 dm/s et 60 cm/ms.

a) Laquelle est la plus petite ? .....

b) Laquelle est la plus grande ? .....

## Entraînement 1.22 — Vitesses angulaires. ⏪ ⏩ ⏴ ⏵

La petite aiguille d'une montre fait un tour en 1 h, la Terre effectue le tour du Soleil en 365,25 j.

Quelles sont leurs vitesses angulaires :

a) en tours/min (l'aiguille) ? .....       c) en tours/min (la Terre) ? .....

b) en rad/s (l'aiguille) ? .....       d) en rad/s (la Terre) ? .....

### Réponses mélangées

10 000 m <sup>2</sup>	30 dm/s	625 kg/m <sup>3</sup>	0,017 tr/min	62 TWh	1 · 10 <sup>-1</sup> m		
oui	1,90 · 10 <sup>3</sup> Rg	7,87	722 TWh	1,99 · 10 <sup>3</sup> Qg	7,2 · 10 <sup>-9</sup> m	1,90 Qg	
134 TWh	0,000 000 000 1 m	406 TWh	7 · 10 <sup>-13</sup> m	4,33 · 10 <sup>13</sup> km	113 TWh		
9,10 · 10 <sup>2</sup> qg	l'or	2,6 · 10 <sup>7</sup> km/h	200 g	9,10 · 10 <sup>-1</sup> rg	1,67 · 10 <sup>6</sup> qg	3 · 10 <sup>-3</sup> m	
5,89 · 10 <sup>4</sup> ha	voiture	1,99 · 10 <sup>6</sup> Rg	4,43 · 10 <sup>16</sup> m	0,001 7 rad/s	2,3 · 10 <sup>-4</sup> m		
180 %	10 %	1,20 · 10 <sup>-7</sup> m	250 g	1,50 · 10 <sup>5</sup> m	125 g	6,72 · 10 <sup>7</sup> ha	
La boule en or	5 %	64 TWh	1,67 · 10 <sup>3</sup> rg	0,01 km <sup>2</sup>	1,99 · 10 <sup>-7</sup> rad/s		
5,5 · 10 <sup>-2</sup> Ω	1 · 10 <sup>-10</sup> m	oui	1,6 × 10 <sup>3</sup> kg/m <sup>3</sup>	5,97 · 10 <sup>-3</sup> Qg	6,72 · 10 <sup>11</sup> m <sup>2</sup>		
1 année-lumière/an	50 %	1,90 · 10 <sup>-6</sup> tr/min	2,34 m	5,2 %	1 · 10 <sup>3</sup> kg/m <sup>3</sup>		
5,97 Rg	0,7 %	41 TWh	5 g	4,1 · 10 <sup>-10</sup> m	5,2 · 10 <sup>-12</sup> m	0,5 %	non
2,4 MJ	1,03 × 10 <sup>3</sup> TWh	5,89 · 10 <sup>8</sup> m <sup>2</sup>	7,3 · 10 <sup>6</sup> m/s	2,5 · 10 <sup>3</sup> m	1,3 · 10 <sup>-14</sup> m		

▶ Réponses et corrigés page ??

# Signaux

**Prérequis**

Fonctions trigonométriques.  
Signaux périodiques (fréquence, période, pulsation, longueur d'onde, phase).

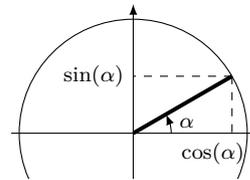
## Autour des fonctions trigonométriques

**Entraînement 2.1 — Cercle trigonométrique.**



Sur le cercle trigonométrique ci-contre,  $\cos(\alpha)$  se lit sur l'axe des abscisses et  $\sin(\alpha)$  se lit sur l'axe des ordonnées.

Exprimer les fonctions suivantes en fonction de  $\cos(\alpha)$  et  $\sin(\alpha)$ .



a)  $\sin(\alpha + \pi)$  .....

c)  $\sin(\alpha + \pi/2)$  .....

b)  $\cos(\alpha + \pi/2)$  .....

d)  $\sin(\pi/2 - \alpha)$  .....

**Entraînement 2.2 — Dérivée de signaux.**



Pour chaque signal ci-dessous, calculer sa dérivée par rapport à  $t$ .

a)  $\sin(2t)$  .....

c)  $\cos(t) \times \sin(t)$  .....

b)  $\cos^2(t + 4)$  .....

**Entraînement 2.3 — Transformer des sommes de signaux en produits.**



On rappelle les formules trigonométriques :

$$\begin{aligned} \cos(a + b) &= \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b) & \sin(a + b) &= \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b) \\ \cos(a - b) &= \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b) & \sin(a - b) &= \sin(a) \cos(b) - \cos(a) \sin(b). \end{aligned}$$

Mettre les signaux suivants sous la forme  $C \cos(\Omega t) \cos(\omega t)$  ou  $C \sin(\Omega t) \sin(\omega t)$  (où les constantes  $C$ ,  $\Omega$  et  $\omega$  s'exprimeront en fonction de  $A$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_2$ ).

a)  $A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t)$  .....

b)  $A \cos(\omega_1 t) - A \cos(\omega_2 t)$  .....

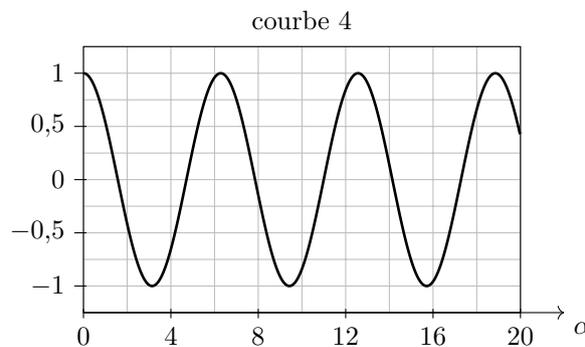
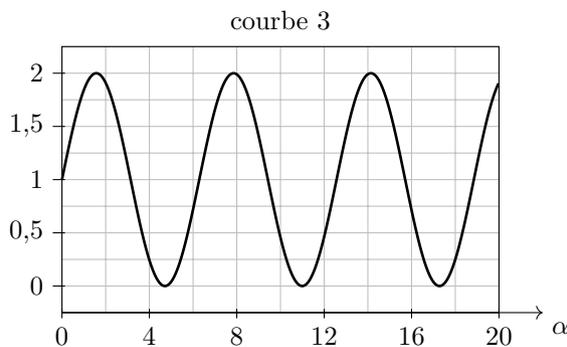
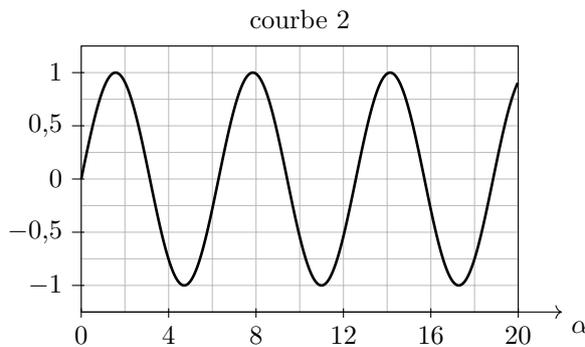
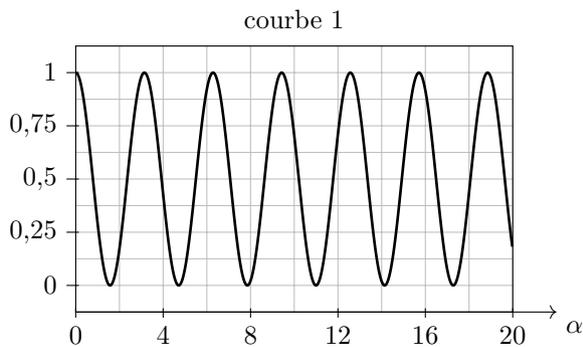
**Entraînement 2.4 — Formules d'addition.**



Mettre le signal  $A \sin(\omega t + \varphi)$  sous la forme  $B \cos(\omega t) + C \sin(\omega t)$ , où  $B$  et  $C$  sont des constantes à exprimer en fonction de  $A$  et  $\varphi$ .

.....

**Entraînement 2.5 — Représentations graphiques.**



Pour les quatre graphiques ci-dessus,  $\alpha$  est exprimé en radians.

Associer chaque fonction à sa courbe représentative.

a)  $\sin(\alpha)$  .....

c)  $1 + \sin(\alpha)$  .....

b)  $\cos(\alpha)$  .....

d)  $\cos^2(\alpha)$  .....

**Entraînement 2.6 — Formules trigonométriques.**



Le signal  $\cos(\omega t) + \sin(\omega t)$  peut s'écrire sous la forme :

(a)  $\cos^2(\omega t + \pi/4)$

(b)  $2 \cos(\omega t + \pi/4)$

(c)  $\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/4)$

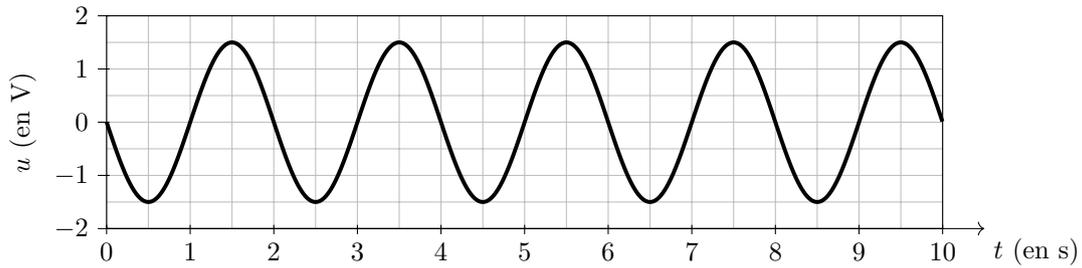
.....

# Étude graphique

## Entraînement 2.7 — Paramètres d'un signal sinusoïdal.



En travaux pratiques, vous faites l'acquisition d'une tension sinusoïdale  $u(t) = U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$  et obtenez l'oscillogramme ci-dessous.



Par lecture graphique ou par le calcul, déterminer :

- |  |                      |  |                      |
|--|----------------------|--|----------------------|
| a) l'amplitude $U_0$ .....   | <input type="text"/> | d) la fréquence $f$ .....                  | <input type="text"/> |
| b) la phase à l'origine $\varphi$ .....                                  | <input type="text"/> | e) la pulsation $\omega$ . .....           | <input type="text"/> |
| c) la période $T$ .....  | <input type="text"/> |  |                      |
| f) Le signal $u_2(t)$ est-il en avance ou en retard sur $u_1(t)$ ? ..... | <input type="text"/> | g) En déduire le signe de $\varphi$ . .... | <input type="text"/> |
|  |                      | h) Déterminer graphiquement $\varphi$ .    | <input type="text"/> |

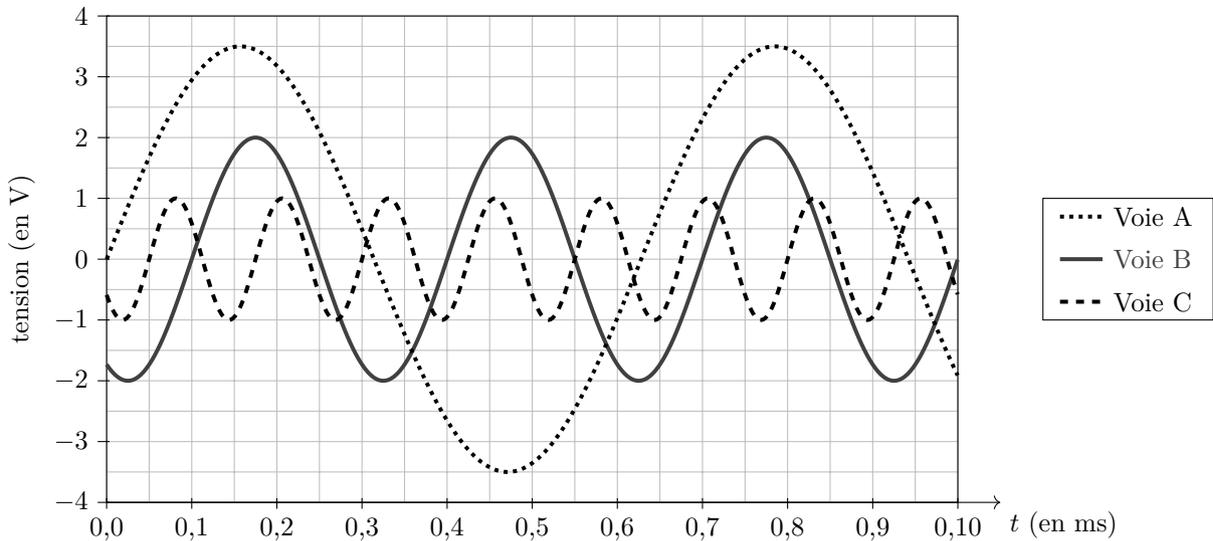
**Entraînement 2.8 — Qui est qui ?**



En travaux pratiques, vous faites l'acquisition de trois signaux périodiques :  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  et  $u_3(t)$ .

Malheureusement, vous ne vous souvenez pas quelle voie d'acquisition vous avez utilisée pour chaque signal !

Vous savez que la tension  $u_1(t)$  a pour période 300  $\mu\text{s}$ , que la tension  $u_2(t)$  a pour fréquence 8,0 kHz et que la tension  $u_3(t)$  a pour pulsation  $1 \times 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .



Attribuer chacun des graphes au signal qui lui correspond.

- a) Voie A .....       b) Voie B .....       c) Voie C .....

**Propagation d'un signal**

Une onde progressive se propageant dans le sens des  $x$  croissants est un signal  $s(x, t)$  qui peut se mettre sous la forme

$$s(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right),$$

où  $f$  est une fonction mathématique quelconque. La grandeur  $c$  est la célérité de l'onde, c'est-à-dire sa vitesse de propagation.

**Entraînement 2.9 — Éclair et tonnerre.**



La foudre est une décharge électrique qui se produit pendant les orages et qui entraîne une lumière intense (l'éclair) et un grondement sourd (le tonnerre).

La lumière se propage à la vitesse  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et le son se propage à la vitesse  $c_s = 344 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Vous mesurez à l'aide d'un chronomètre la durée entre le moment où vous voyez l'éclair et le moment où vous entendez le tonnerre : vous trouvez  $\Delta t = 5,0 \pm 0,5 \text{ s}$ .

- a) On considère que la lumière se propage instantanément entre le lieu de l'éclair et votre position.

Déterminer la distance à laquelle la foudre a frappé .....

b) En déduire la durée de propagation de la lumière entre l'endroit où la foudre a frappé et votre position.

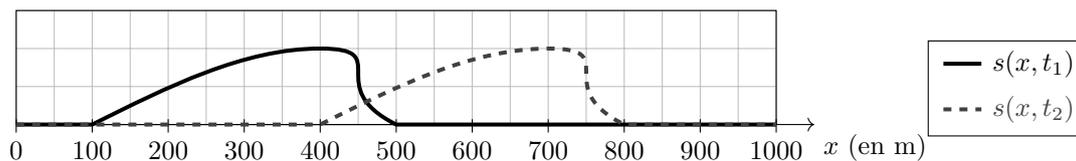
.....

c) L'hypothèse faite à la première question est-elle justifiée? .....

**Entraînement 2.10 — Vitesse de propagation.**



Une vague  $s(x, t)$  se propage en direction des côtes. Ci-dessous, on représente l'allure de la surface de l'eau aux instants  $t_1 = 0$  min et  $t_2 = 1$  min.



Déterminer la vitesse de propagation de la vague en km/h. ....

**Réponses mélangées**

$A \sin(\varphi) \cos(\omega t) + A \cos(\varphi) \sin(\omega t)$	oui	Courbe 3	$u_1(t)$	Courbe 4	$-\sin(\alpha)$
2 s	$\cos(\alpha)$	$-2 \sin(t + 4) \cos(t + 4) = -\sin(2t + 8)$	$u_3(t)$	$\cos^2(t) - \sin^2(t) = \cos(2t)$	
$-\frac{2\pi}{3}$ rad	Courbe 1	1,7 km	1,5 V	$\cos(\alpha)$	5,7 $\mu$ s
$u_2(t)$	$-\sin(\alpha)$	2 $\cos(2t)$	18 km/h	$2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$	Courbe 2
$\varphi < 0$	0,5 Hz	Ⓒ	$2A \sin\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$	En retard	$\frac{\pi}{2}$ rad
					$\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

► Réponses et corrigés page ??

# Étude des circuits électriques II

**Prérequis**

La fiche **Étude des circuits électriques I** et les équations différentielles.

## Circuits du premier ordre

On dit qu'un circuit est *du premier ordre* quand il est régi par une équation différentielle qui se met sous la forme canonique suivante :

$$\frac{dx(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}x(t) = f(t) \tag{*}$$

où  $\tau$  est la constante de temps représentative de la durée du régime transitoire.

Quand l'équation différentielle est écrite comme dans (\*), on dit qu'elle est *sous forme canonique*.

 **Entraînement 3.1 — Constantes de temps.**



On donne des exemples d'équations différentielles régissant des grandeurs électriques d'un circuit.

Dans chaque cas, déterminer l'expression de la constante de temps  $\tau$ .

a)  $L \frac{di(t)}{dt} = E - Ri(t)$  .....

b)  $RC \frac{du_C(t)}{dt} = E - 2u_C(t)$  .....

 **Entraînement 3.2 — Allez, on s'entraîne !**



*N'oubliez pas d'exprimer une solution particulière avant d'appliquer les conditions initiales !*

a) Résoudre  $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C(t) = \frac{E}{\tau}$  avec  $u_C(0) = 0$  .....

b) Résoudre  $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = 0$  avec  $i(0) = \frac{E}{R}$  .....

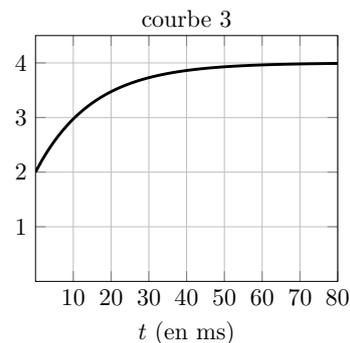
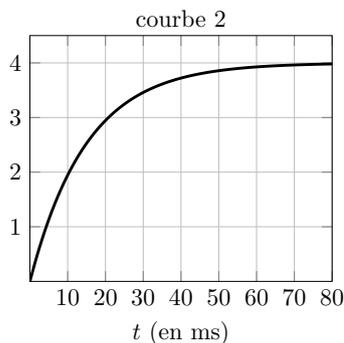
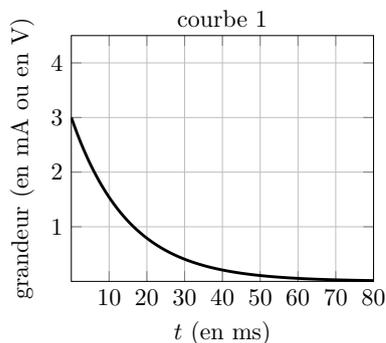
c) Résoudre  $\frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u(t) = \frac{E}{2\tau}$  avec  $u(0) = \frac{E}{2}$  .....

 **Entraînement 3.3 — Analyse de courbes.**



Les graphes ci-dessous représentent l'évolution de trois grandeurs au cours du temps :

- deux tensions  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  ;
- une intensité  $i(t)$ .



a) On a

$$u_1(t) = E_1 \left( 1 - e^{-t/\tau} \right).$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1

(b) courbe 2

(c) courbe 3

.....

b) On a

$$u_2(t) = E_2 \left( 1 - \frac{e^{-t/\tau}}{2} \right).$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1

(b) courbe 2

(c) courbe 3

.....

c) On a

$$i(t) = \frac{E_1}{R} e^{-t/\tau}.$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1

(b) courbe 2

(c) courbe 3

.....

Déterminer les valeurs numériques de :

d)  $E_1$  .....

e)  $E_2$  .....

f)  $R$  .....

### Réponses mélangées

$$4\text{ V} \quad \frac{RC}{2} \quad 4\text{ V} \quad u_C(t) = \frac{1}{2}E \quad \frac{L}{R} \quad \textcircled{\text{a}}$$
$$u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \textcircled{\text{c}} \quad \textcircled{\text{b}} \quad 1,3\text{ k}\Omega \quad i(t) = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$$

► Réponses et corrigés page ??

## Énergie et puissance électriques

### Prérequis

Puissance électrique. Relation puissance-énergie. Expressions des énergies stockées dans une bobine et dans un condensateur. Effet Joule.

## Pour commencer



### Entraînement 4.1 — Puissance et énergie.



Le chargeur d'un téléphone portable consomme une puissance de 5 W. La charge complète de la batterie (à partir d'une batterie vide) prend 55 min.

Calculer l'énergie  $E$  contenue dans la batterie :

a) en joules .....

b) en watt-heures ( $W \cdot h$ ) .....



### Entraînement 4.2 — Voiture de série contre Formule 1.



Les voitures de courses « Formule 1 » sont des véhicules hybrides : elles possèdent à la fois un moteur thermique et un moteur électrique. On souhaite comparer le moteur électrique d'une Formule 1 à celui d'une simple voiture de série.

On donne les informations suivantes :

	Hyundai Ioniq 6	Formule 1
<b>Capacité batterie</b>	77,4 kW · h	4 MJ
<b>Puissance moteur</b>	239 kW	160 cv
<b>Consommation moyenne</b>	15,1 kWh/100km	

On indique que  $1 \text{ cv} = 0,735 \text{ kW}$ .

a) Calculer l'autonomie en km de la batterie de la Hyundai Ioniq 6 .....

b) Quel véhicule possède la batterie de plus grande capacité? .....

c) Quel véhicule possède le moteur électrique le plus puissant? .....

**Entraînement 4.3 — Identifications de courbes.**



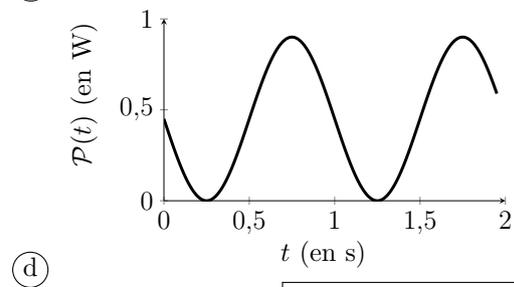
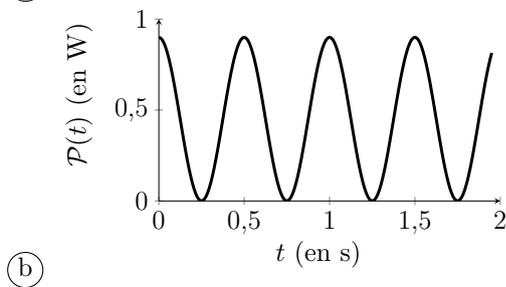
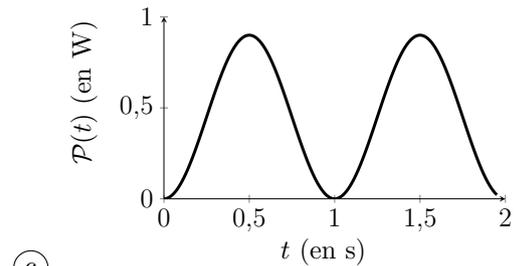
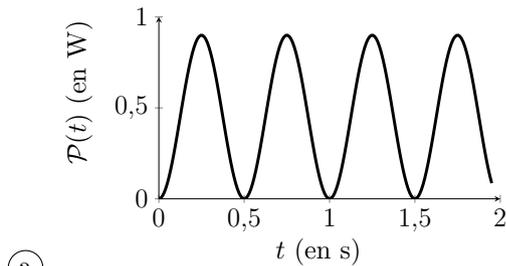
Une tension  $u(t)$  est appliquée aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance  $R = 10\ \Omega$ .

Identifier parmi les courbes proposées celle correspondant à la puissance

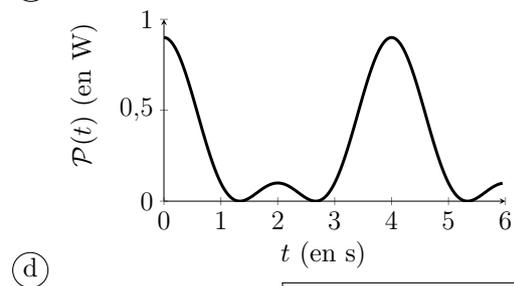
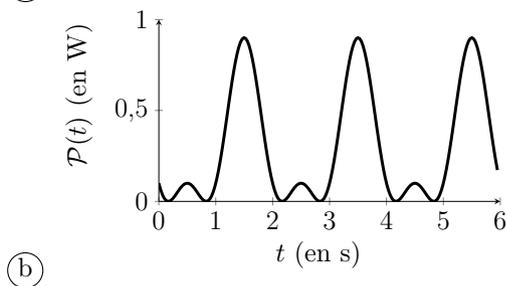
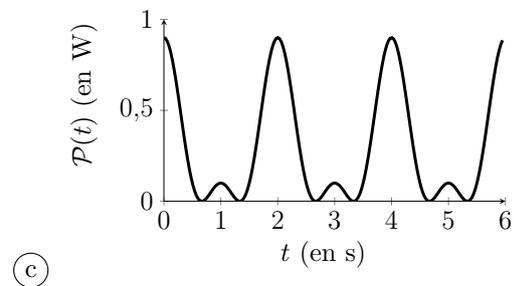
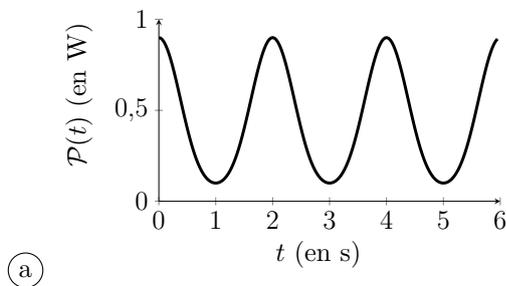
$$\mathcal{P}(t) = \frac{u^2(t)}{R}$$

dissipée par effet Joule dans la résistance.

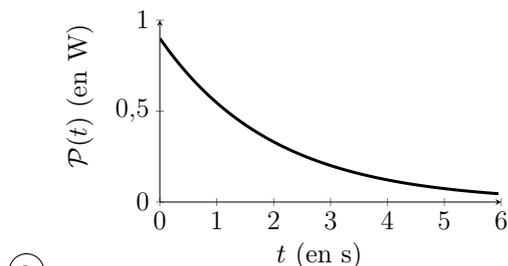
a) Pour  $u(t) = 3 \sin(\omega t)$  avec  $\omega = 2\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .



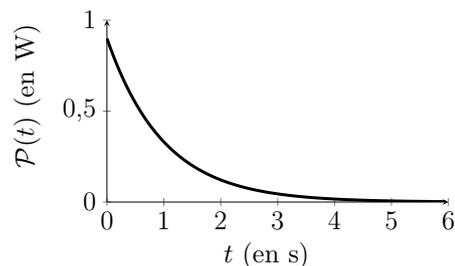
b) Pour  $u(t) = 1 + 2 \cos(\omega t)$  avec  $\omega = \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .



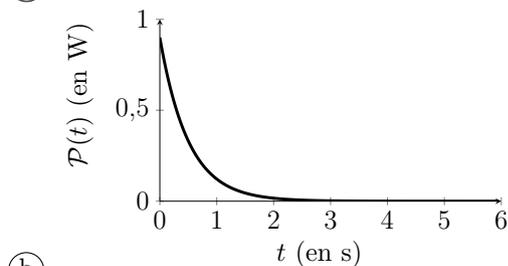
c) Pour  $u(t) = 3 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$  avec  $\tau = 2$  s.



(a)



(c)



(b)

.....



#### Entraînement 4.4 — Un calcul graphique.

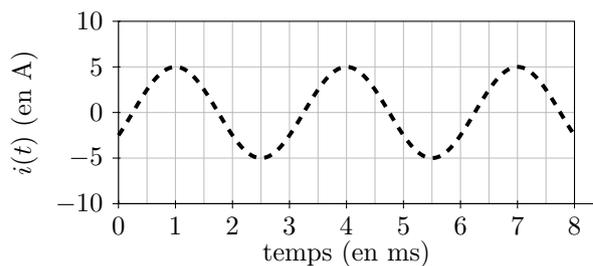
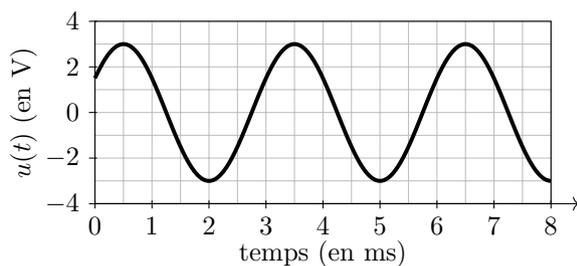


Pour un dipôle soumis à un signal alternatif harmonique, la puissance moyenne vaut :

$$\mathcal{P}_{moy} = \frac{U_0 I_0}{2} \cos(\varphi)$$

où  $U_0$  et  $I_0$  sont respectivement l'amplitude de la tension et du courant et où  $\varphi$  représente la valeur du déphasage angulaire entre la tension et l'intensité du courant.

La figure ci-dessous donne les représentations graphiques de la tension  $u(t)$  et de l'intensité  $i(t)$  en convention récepteur.



Déterminer la puissance moyenne reçue par ce dipôle .....

 **Entraînement 4.5 — Des calculs de puissance.**



On souhaite calculer la puissance reçue par un dipôle. Quand celui-ci est alimenté par une tension  $u(t)$  et parcouru par un courant  $i(t)$ , la puissance moyenne reçue est donnée par la formule :

$$\mathcal{P}_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \times i(t) dt$$

où  $T$  est la période du signal.

Dans un premier temps, on considère les signaux  $u(t) = u_0 \cos(\omega t + \psi)$  et  $i(t) = i_0 \cos(\omega t + \psi)$ .

a) Combien vaut la période  $T$  pour ces signaux? .....

b) Calculer  $\mathcal{P}_{\text{moy}}$  pour ces signaux.

On pourra utiliser la formule  $\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$  .....

Maintenant, on considère les signaux  $u(t) = u_0 \cos(\omega t)$  et  $i(t) = i_0 \cos(\omega t + \varphi)$ .

c) Calculer  $\mathcal{P}_{\text{moy}}$  pour ces signaux.

On pourra utiliser la formule  $\cos(a) \cos(b) = \frac{1}{2} (\cos(a + b) + \cos(a - b))$  .....

Enfin, on considère les signaux  $u(t) = u_0 \times (1 + \cos(\omega t))$  et  $i(t) = i_0 \times (2 + \sin(\omega t + \psi))$ .

d) Calculer  $\mathcal{P}_{\text{moy}}$  pour ces signaux. ....

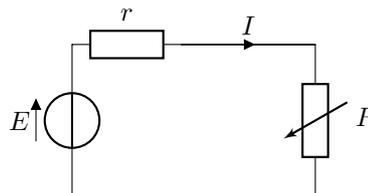
# Régime permanent

## Entraînement 4.6 — Puissance consommée.



Soit un générateur réel de fém  $E$  constante et de résistance interne  $r$ .

On branche à ses bornes un conducteur ohmique de résistance variable  $R$ .



a) Déterminer l'intensité du courant qui circule dans le circuit .....

b) Déterminer la puissance  $\mathcal{P}$  dissipée dans le conducteur ohmique en fonction de  $E$ ,  $r$  et  $R$ .

.....

## Entraînement 4.7 — Optimisation de puissance échangée.



Dans un certain circuit, la puissance dissipée dans un conducteur ohmique de résistance  $R$  vaut

$$\mathcal{P} = E^2 \frac{R}{(r + R)^2},$$

où  $r$  est un paramètre.

On souhaite déterminer quelle valeur de  $R$  permet d'optimiser la puissance reçue par la résistance  $R$  étant données les caractéristiques de la source

a) Calculer  $\frac{d\mathcal{P}}{dR}$  .....

b) Trouver la valeur  $R_{\max}$  pour laquelle  $\mathcal{P}(R)$  est maximale

Ⓐ  $R_{\max} = R$

Ⓒ  $R_{\max} = R + r$

Ⓔ  $R_{\max} = \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{R}}$

Ⓕ  $R_{\max} = R \times e^{r/R}$

Ⓑ  $R_{\max} = r$

Ⓓ  $R_{\max} = \frac{R^2}{r + R}$

.....

## Entraînement 4.8 — Un peu de calcul algébrique.



On considère une résistance  $R$  définie par

$$R = R_0 \times e^{r/R_0}.$$

Déterminer, en fonction de  $R_0$ , la valeur du paramètre  $r$  pour que  $R = 2R_0$ .

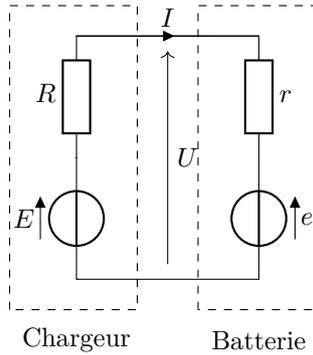
.....

**Entraînement 4.9 — Charge d'une batterie.**



Une batterie de voiture est déchargée. Pour recharger cette batterie, de fém  $e = 12\text{ V}$  et de résistance interne  $r = 0,2\ \Omega$ , on la branche sur un chargeur de fém  $E = 13\text{ V}$  et de résistance interne  $R = 0,3\ \Omega$ .

On a alors le circuit suivant :



On lit sur la batterie qu'elle a une capacité de  $50\text{ A} \cdot \text{h}$  (ampères-heures).

a) Exprimer le courant  $I$  circulant dans la batterie en fonction de  $E$ ,  $e$ ,  $R$  et  $r$ .

.....

b) Exprimer la tension  $U$  aux bornes de la batterie lors de la charge en fonction de  $E$ ,  $e$ ,  $R$  et  $r$ .

.....

c) Exprimer la puissance délivrée par la source de fém  $E$  en fonction de  $E$ ,  $e$ ,  $R$  et  $r$ .

.....

d) Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans le circuit en fonction de  $E$ ,  $e$ ,  $R$  et  $r$ .

.....

e) Exprimer la puissance reçue par la batterie en fonction de  $E$ ,  $e$ ,  $R$  et  $r$ .

.....

Le rendement  $\eta$  de la charge est égal au rapport de la puissance reçue par la batterie par la puissance fournie par la source  $E$ .

f) Déterminer l'expression du rendement  $\eta$  en fonction de  $E$  et  $e$ .

.....

g) Calculer la valeur numérique du rendement  $\eta$  .....

# Bilans d'énergie pour des circuits soumis à des échelons de tension

## Prérequis

L'énergie  $\mathcal{E}$  fournie à un dipôle entre les temps  $t_0$  et  $t_1$  est égale à

$$\mathcal{E} = \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{P}(t) dt$$

où  $\mathcal{P}(t)$  est la puissance instantanée fournie à ce dipôle.

## Entraînement 4.10 — Charge d'un condensateur.



Soit le circuit ci-contre dans lequel le condensateur  $C$  est initialement déchargé.

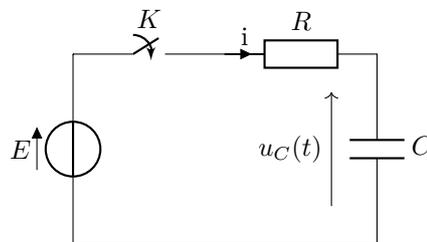
À  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .

Dans ces conditions, la tension aux bornes du condensateur vaut

$$u_C(t) = E(1 - \exp(-t/\tau))$$

avec  $\tau = RC$ ; l'intensité dans le circuit vaut

$$i(t) = \frac{CE}{\tau} \exp(-t/\tau).$$



Exprimer, en fonction des grandeurs introduites :

a) la puissance instantanée  $\mathcal{P}_E(t)$  délivrée par la source de fém  $E$ . .....

b) la puissance instantanée  $\mathcal{P}_J(t)$  dissipée par effet Joule dans le circuit. ....

c) la puissance instantanée  $\mathcal{P}_C(t)$  reçue par le condensateur .....

d) l'énergie totale  $\mathcal{E}_E$  fournie par la source de tension que l'on calculera grâce à la formule

$$\mathcal{E}_E = \int_0^{\infty} \mathcal{P}_E(t) dt.$$

.....

e) l'énergie totale  $\mathcal{E}_J$  dissipée par effet Joule que l'on calculera grâce à la formule

$$\mathcal{E}_J = \int_0^{\infty} \mathcal{P}_J(t) dt.$$

.....

f) l'énergie totale  $\mathcal{E}_C$  fournie au condensateur que l'on calculera grâce à la formule

$$\mathcal{E}_C = \int_0^{\infty} \mathcal{P}_C(t) dt.$$

.....

### Réponses mélangées

$\frac{eR + Er}{R + r}$	$E^2 \frac{r - R}{(r + R)^3}$	$\frac{u_0 i_0}{2} \cos(\varphi)$	$\frac{CE^2}{\tau} \exp(-2t/\tau)$	$\frac{u_0 i_0}{2}$	ⓐ	
$\frac{E}{r + R}$	ⓑ	$\frac{CE^2}{\tau} \exp(-t/\tau)$	3,75 W	$E \frac{E - e}{R + r}$	$E^2 \frac{R}{(r + R)^2}$	
ⓒ	$\frac{2\pi}{\omega}$	$\frac{E - e}{R + r}$	$\frac{1}{2} CE^2$	$u_0 i_0 \left( 2 + \frac{1}{2} \sin(\psi) \right)$	$\frac{(E - e)^2}{R + r}$	
Hyundai Ioniq 6	513 km	$\frac{1}{2} CE^2$	ⓐ	16,5 kJ	4,6 W · h	92 %
$\frac{CE^2}{\tau} \left( \exp(-t/\tau) - \exp(-2t/\tau) \right)$	$CE^2$	$\ln(2)R_0$	Hyundai Ioniq 6	$\frac{e}{E}$	$e \frac{E - e}{R + r}$	

► Réponses et corrigés page ??

## Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes

**Prérequis**

Lois de Snell-Descartes. Notions de base sur les ondes lumineuses et leur propagation dans un milieu. Notions de base de géométrie concernant les angles.

**Constantes utiles**

→ célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

→ constante de Planck :  $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

## Lois de Snell-Descartes

**Entraînement 5.1 — Conversions d'angles.**

Soit  $\alpha_{\text{rad}}$  la mesure d'un angle en radians,  $\alpha_{\text{deg}}$  sa mesure en degrés et  $\alpha_{\text{min}}$  sa mesure en minutes d'angle.

a) Exprimer  $\alpha_{\text{rad}}$  en fonction de  $\alpha_{\text{deg}}$  .....

b) Exprimer  $\alpha_{\text{min}}$  en fonction de  $\alpha_{\text{deg}}$  .....

**Entraînement 5.2 — Conversions d'angles — bis.**

a)  $\alpha = 35,65^\circ$ . Exprimer  $\alpha$  en degrés et en minutes d'angle. ....

b)  $\beta = 98^\circ 15'$ . Exprimer  $\beta$  en radians. ....

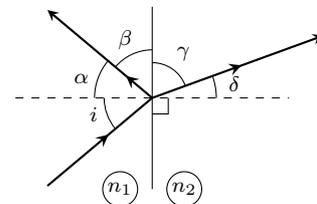
c)  $\gamma = 1,053 \text{ rad}$ . Exprimer  $\gamma$  en degrés et en minutes d'angle. ....

**Entraînement 5.3 — Un rayon incident sur un dioptre.**

On considère un rayon incident arrivant sur un dioptre séparant deux milieux d'indice respectif  $n_1$  et  $n_2$ .

Ce rayon fait un angle  $i$  avec la normale au dioptre.

Tous les angles figurant sur le schéma sont non orientés.



Exprimer chacun des angles suivants en fonction de  $i$  et/ou de  $n_1$  et  $n_2$  (en radians) :

a)  $\alpha$  .....

c)  $\delta$  .....

b)  $\beta$  .....

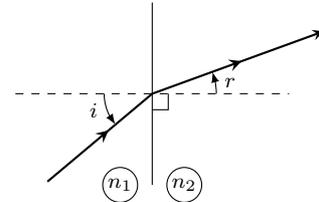
d)  $\gamma$  .....

**Entraînement 5.4 — Un autre rayon incident sur un dioptre.**



On considère un rayon incident arrivant sur un dioptre séparant deux milieux d'indice respectif  $n_1$  et  $n_2$ . Ce rayon fait un angle  $i$  avec la normale au dioptre alors que le rayon réfracté fait un angle  $r$ .

On donne  $n_1 = 1,00$  et  $n_2 = 1,45$ .



a) Pour  $i = 24,0^\circ$ , que vaut  $r$  en degré? .....

b) Pour  $i = 6,74 \times 10^{-1}$  rad, que vaut  $r$  en degré? .....

c) Pour  $r = 15,0^\circ$ , que vaut  $i$  en degré? .....

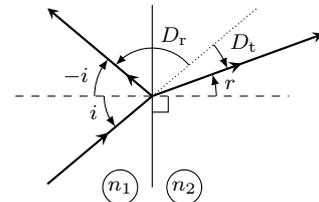
**Entraînement 5.5 — Déviation introduite par un dioptre.**



On considère un rayon incident arrivant sur un dioptre séparant deux milieux d'indice respectif  $n_1$  et  $n_2$ .

Les angles définis sur le schéma ci-contre sont tous orientés.

On définit  $D_r$  la déviation entre le rayon incident et le rayon réfléchi, et  $D_t$  la déviation entre le rayon incident et le rayon réfracté.



a) Exprimer  $D_t$  en fonction de  $i$  et  $r$ . .....

b) Déterminer  $D_r$ . .....

 **Entraînement 5.6 — Un peu de géométrie dans un prisme.**

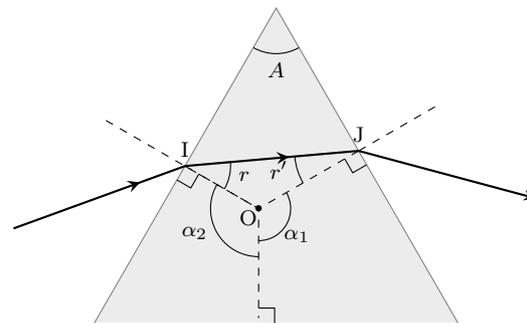


On considère un prisme d'angle au sommet  $A$ , représenté ci-contre suivant une de ses faces triangulaires.

Un rayon incident en  $I$  sur une face du prisme émerge en  $J$ .

On définit les angles  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $r$  et  $r'$  sur le schéma.

Dans cet entraînement, les angles ne sont pas orientés.



On rappelle que la somme des angles dans un quadrilatère est égale à  $2\pi$ .

a) Exprimer l'angle  $A$  en fonction de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  .....

b) Exprimer l'angle  $A$  en fonction de  $r$  et de  $r'$  .....

# Autour des réflexions totales

## Entraînement 5.7



On considère un dioptre séparant deux milieux d'indices respectifs  $n_1 = 1,5$  et  $n_2 = 1,3$ . Un rayon lumineux arrive sur ce dioptre en formant un angle  $i$  par rapport à sa normale.

On rappelle qu'il y a réflexion totale si  $\frac{n_1}{n_2} \sin(i) > 1$ .

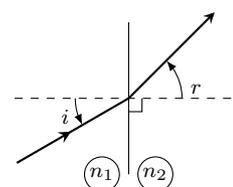
a) Pour  $i = 44^\circ$ , y a-t-il réflexion totale? .....

b) Donner, en degrés, l'angle  $i_\ell$  tel qu'il y a réflexion totale si  $i > i_\ell$ . .....

## Entraînement 5.8



On considère un rayon lumineux incident sur le dioptre  $n_1/n_2$ , faisant un angle  $i$  avec la normale à ce dioptre et le rayon réfracté un angle  $r$ .



On donne  $n_1 = 1,37$  et on rappelle qu'il y a réflexion totale si  $\frac{n_1}{n_2} \sin(i) > 1$ .

a) Pour  $i = 20,0^\circ$  et  $r = 22,0^\circ$ , que vaut  $n_2$ ? .....

b) Pour  $i = 60,0^\circ$ , quelle est la valeur maximale de  $n_2$  donnant lieu à une réflexion totale? ...

c) On suppose que  $i = 40,0^\circ$ . Peut-on observer un phénomène de réflexion totale? .....



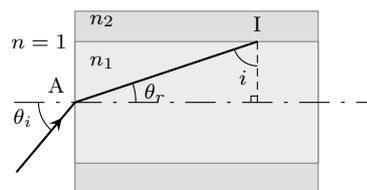
## Entraînement 5.9 — Condition de propagation dans une fibre optique.



Un rayon lumineux arrive sur un dioptre séparant l'air d'un milieu d'indice  $n_1$  au point A (voir schéma ci-contre). On a donc :

$$\sin(\theta_i) = n_1 \sin(\theta_r). \quad (1)$$

Le rayon se propagera dans la fibre à condition qu'il y ait réflexion totale au point I situé à l'intersection du rayon lumineux et du dioptre  $n_1/n_2$  (avec  $n_1 > n_2$ ).



On donne la relation correspondante :

$$\frac{n_1 \sin(i)}{n_2} > 1 \quad (2)$$

a) À l'aide de (1), exprimer  $\cos(\theta_r)$  en fonction de  $n_1$  et de  $\sin(\theta_i)$ . ....

b) À quelle condition portant sur  $\cos(\theta_r)$  équivaut (2)? .....

c) En déduire à quelle condition sur  $\sin(\theta_i)$  équivaut (2). .....



## Lentilles

### Prérequis

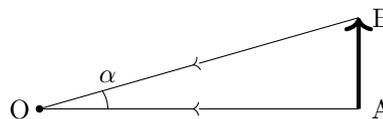
Propriétés des lentilles minces dans les conditions de Gauss. Vergence.  
Relations de conjugaison des lentilles minces.

## Grandeurs algébriques

### Entraînement 6.1 — Diamètre apparent.



On considère le schéma suivant, montrant l'angle  $\alpha$ , appelé diamètre apparent, sous lequel est vu un objet AB depuis un point O.



a) Exprimer le diamètre apparent  $\alpha$ , en radians, en fonction de OA et AB .....

b) Exprimer le diamètre apparent  $\alpha$ , en degrés, en fonction de OA et AB .....

Un observateur situé à la surface de la Terre observe des astres, caractérisés par les données suivantes :

	Soleil	Lune
<b>Diamètre</b>	$1,4 \cdot 10^6$ km	$3,5 \cdot 10^3$ km
<b>Distance à la Terre</b>	$150\,600 \cdot 10^3$ km	384 400 km

Pour simplifier les calculs, on pourra utiliser que, quand  $\alpha$  est un angle petit et exprimé en radians, on dispose de l'approximation des petits angles :  $\alpha \approx \tan(\alpha)$ .

c) Calculer le diamètre apparent de la Lune  $\alpha_L$  en degrés .....

d) Calculer le diamètre apparent du Soleil  $\alpha_S$  en degrés .....

e) Que vérifient les valeurs numériques  $\alpha_S$  et  $\alpha_L$  ?

(a)  $\alpha_S > \alpha_L$

(b)  $\alpha_S \approx \alpha_L$

(c)  $\alpha_S < \alpha_L$

.....

f) Quel phénomène astronomique la comparaison de  $\alpha_L$  et  $\alpha_S$  permet d'expliquer ?

(a) Les éclipses

(b) Les saisons

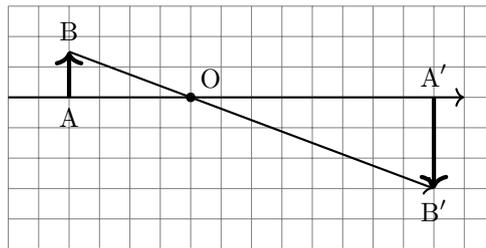
(c) Les marées

.....

**Entraînement 6.2 — Configuration de Thalès et grandissement.**



On considère la situation représentée sur le schéma ci-dessous.



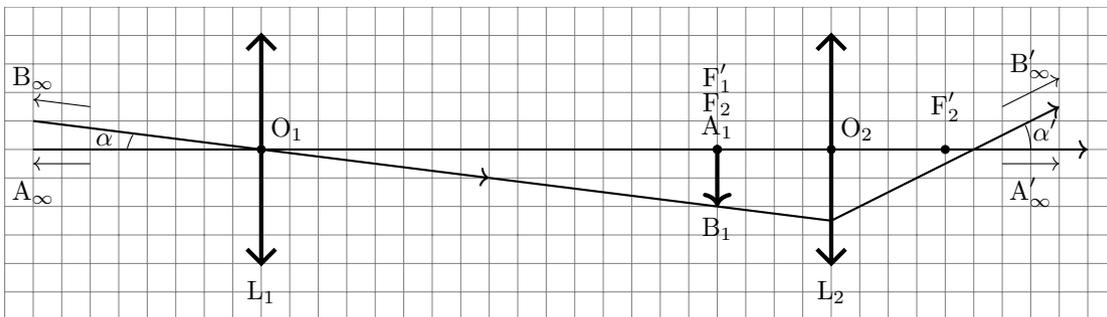
On note  $\bar{x}$  la valeur algébrique de la longueur  $x$  et on définit le grandissement  $\gamma$  par la relation :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}.$$

a) Donner la relation reliant  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OA'}$ ,  $\overline{AB}$  et  $\overline{A'B'}$  .....

b) Déterminer la valeur numérique de  $\gamma$  .....

**Entraînement 6.3 — Schéma optique d'une lunette astronomique afocale.**



Le schéma ci-dessus modélise une lunette astronomique afocale, où un carreau correspond à une longueur réelle de 2,5 cm.

Calculer les distances algébriques suivantes :

a)  $\overline{O_1F'_1}$  .....

b)  $\overline{O_2F_2}$  .....

c)  $\overline{O_2O_1}$  .....

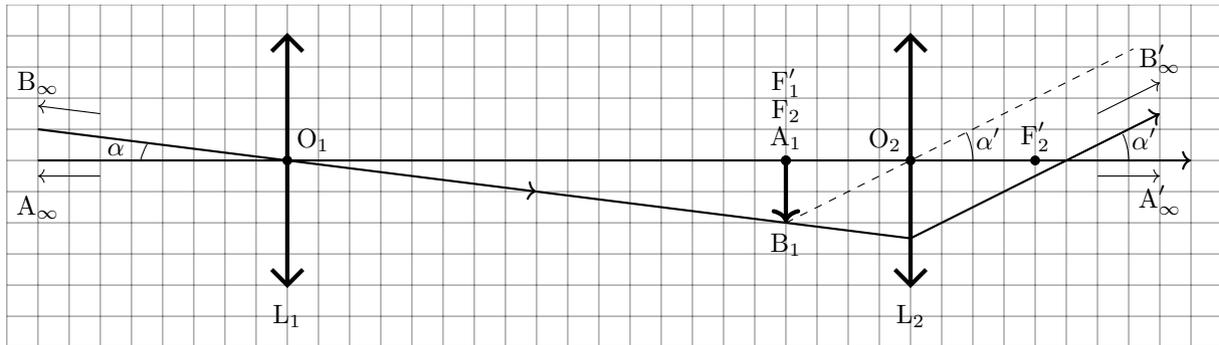
d)  $\overline{A_1F'_2}$  .....

**Entraînement 6.4 — Grossissement d’une lunette astronomique afocale.**



On considère la lunette astronomique afocale schématisée dans l’entraînement précédent.

Elle est constituée d’un objectif (lentille convergente  $L_1$ ) et d’un oculaire (lentille convergente  $L_2$ ) alignés sur le même axe optique.



On introduit les grandeurs suivantes :

- la distance focale image de l’objectif, notée  $f'_1$
- la distance focale image de l’oculaire, notée  $f'_2$
- l’objet lointain observé par la lunette, noté  $\overline{A_\infty B_\infty}$
- l’image intermédiaire de l’objet par l’objectif, notée  $\overline{A_1 B_1}$
- l’image à l’infini de l’image intermédiaire par l’oculaire, notée  $\overline{A'_\infty B'_\infty}$
- le diamètre apparent  $\alpha$  de l’objet
- le diamètre apparent  $\alpha'$  de l’image

On définit le grossissement de la lunette, noté  $G$ , comme le rapport du diamètre apparent de l’objet observé à la lunette sur le diamètre apparent réel de l’objet.

Autrement dit, on pose

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

*Dans cet entraînement, les angles ne seront pas orientés et on travaillera avec des longueurs plutôt que des valeurs algébriques.*

a) Exprimer  $\alpha$  en fonction de  $A_1 B_1$  et d’une distance focale.

.....

b) Exprimer  $\alpha'$  en fonction de  $A_1 B_1$  et d’une distance focale.

.....

c) Exprimer  $G$  en fonction de  $f'_1$  et de  $f'_2$ .

.....

d) Déterminer la valeur de  $G$ .

.....

# Modèle de la lentille mince

## Entraînement 6.5 — Conditions de Gauss.



Parmi les situations suivantes concernant les rayons lumineux issus d'un objet et traversant une lentille mince, indiquer celle qui ne permet pas de se placer dans les conditions de Gauss.

- (a) peu inclinés par rapport à l'axe optique.     
  (b) passant par les bords de la lentille.     
  (c) passant près du centre optique.

.....

## Entraînement 6.6 — Déviation de rayons lumineux.

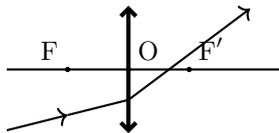


On rappelle les propriétés suivantes :

- Un rayon passant par le centre optique de la lentille n'est pas dévié.
- Un rayon incident dont la direction passe par le foyer objet émerge parallèle à l'axe optique principal.
- Un rayon parallèle à l'axe optique principal émerge avec une direction passant par le foyer image.

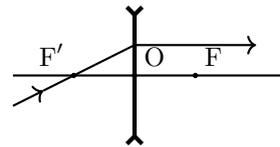
Pour chacun des schémas suivants, préciser s'ils sont corrects ou incorrects.

a)



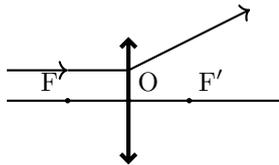
.....

c)



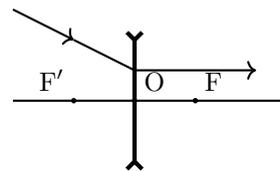
.....

b)



.....

d)

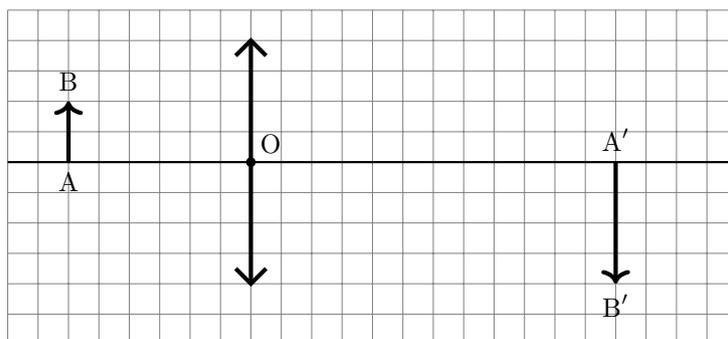


.....

**Entraînement 6.7 — Construction de rayons lumineux.**



On considère le schéma suivant montrant un objet  $\overline{AB}$  et son image  $\overline{A'B'}$  par une lentille convergente.



On donne l'échelle du schéma : 8 carreaux sur le schéma correspondent à 10 cm en réalité.

a) Déterminer graphiquement la distance focale de la lentille .....

b) Calculer la vergence de la lentille .....

**Entraînement 6.8 — Batailles de convergence.**



Quelle est la lentille la plus convergente ?

- (a) une lentille de vergence  $+8,0 \delta$
- (c) une lentille de focale objet  $-10,0 \text{ cm}$
- (b) une lentille de focale image  $+8,0 \text{ cm}$
- (d) une lentille de focale image  $-8,0 \text{ cm}$

.....

# Conjugaison par une lentille mince

## Entraînement 6.9 — Relation de conjugaison au centre optique.



Un objet lumineux est placé au point A, à 15,0 cm devant une lentille mince convergente de centre optique O et de distance focale  $f' = 4,0$  cm.

On rappelle la relation de conjugaison aux sommets de Descartes qui permet de faire le lien entre la position  $\overline{OA}$  de l'objet et la position  $\overline{OA'}$  de l'image :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

a) Exprimer  $\overline{OA'}$  en fonction de  $\overline{OA}$  et  $f'$  .....

b) Exprimer  $\overline{OA}$  en fonction de  $\overline{OA'}$  et  $f'$  .....

c) Exprimer  $f'$  en fonction de  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$  .....

d) L'image est-elle située avant ou après le centre optique O? .....

## Entraînement 6.10 — Relation de conjugaison aux foyers.



Dans un dispositif optique convergent de distance focale  $f' = 12,0$  cm, on souhaite qu'une image réelle se trouve exactement à 5,0 mm après le foyer image. On cherche la position où l'on doit placer l'objet, dans un premier temps par rapport au foyer objet F, puis par rapport au centre optique O.

On rappelle la relation de conjugaison aux foyers de Newton :

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f'^2$$

a) Exprimer  $\overline{FA}$  en fonction de  $f'$  et  $\overline{F'A'}$  .....

b) Exprimer  $\overline{OA}$  en fonction de  $\overline{FA}$  et  $f'$  .....

c) Cet objet est-il réel ou virtuel? .....

## Entraînement 6.11 — Grandissement.



Un système optique donne d'un objet, une image dont le grandissement est le suivant :  $\gamma = -2,0$ .

a) Par rapport à l'objet, cette image est :

(a) rétrécie

(b) agrandie

b) Par rapport à l'objet, cette image est :

(a) droite

(b) renversée

.....

.....

**Entraînement 6.12 — Projecteur de cinéma.**



Un projecteur de cinéma contient une lentille convergente de distance focale  $f' = 50,0$  mm.

L'écran se situe à 15,0 m de la lentille et on dispose d'une pellicule dont les vignettes sont de dimensions 36,0 mm  $\times$  24,0 mm.

- a) À quelle distance algébrique de la lentille doit-on placer la pellicule ? .....
- b) Quelles sont les dimensions de l'image d'une vignette sur l'écran ? .....

**Entraînement 6.13 — Objets et images à l'infini.**



a) Un objet lumineux très éloigné, comme une étoile, peut être considéré comme étant situé à l'infini.

Où se situe l'image d'un tel objet par une lentille ?

- (a) dans son plan focal image
- (b) dans son plan focal objet
- (c) à l'infini

.....

b) Un œil « normal » (emmétrope) n'accomode pas lorsqu'il observe une image à l'infini. Dans ce but, on souhaite projeter à l'infini, l'image d'un objet en utilisant une lentille.

Où doit-on placer l'objet ?

- (a) dans son plan focal image
- (b) dans son plan focal objet
- (c) à l'infini

.....

**Entraînement 6.14 — Loupe.**



Une loupe est une lentille convergente utilisée dans des conditions particulières. Dans cet exercice, la lentille utilisée a une distance focale de 10,0 cm. On place un objet  $\overline{AB} = 2,0$  cm à une distance de 6,0 cm en avant de la loupe.

- a) Calculer la position de l'image formée par la loupe .....
- b) Donner la nature de l'image .....
- c) Calculer la taille de l'image formée par la loupe .....
- d) Cette image est-elle droite ou renversée ? .....

Réponses mélangées

$0,53^\circ$     $-50 \text{ cm}$    (a)    $-2$    Incorrect    $\frac{-f'^2}{\overline{F'A'}}$    (a)   virtuelle  
 $\arctan\left(\frac{AB}{OA}\right) \times \frac{180}{\pi}$     $\frac{A_1B_1}{f_1}$     $\frac{f'_1}{f'_2}$     $-10 \text{ cm}$    Correct    $\arctan\left(\frac{AB}{OA}\right)$   
 réel    $\frac{\overline{OA} \times \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$     $5,0 \text{ cm}$    après    $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$    Correct  
 (b)    $\frac{\overline{OA} \times \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}$     $\overline{OA} = -5,02 \text{ cm}$    (b)    $\overline{FA} - f'$    (b)   (b)  
 $10,8 \text{ m} \times 7,2 \text{ m}$     $40 \text{ cm}$     $\frac{\overline{A_1B_1}}{f'_2}$     $20 \text{ cm}$     $0,52^\circ$     $5,0 \text{ cm}$    (b)  
 4   Incorrect    $\frac{\overline{OA'} \times f'}{f' - \overline{OA'}}$    (b)   droite    $+20 \delta$     $\overline{OA'} = -15 \text{ cm}$

► Réponses et corrigés page ??

# Cinématique

## Prérequis

Produit scalaire. Équations différentielles d'ordre 1. Projections de vecteurs.

## Déplacements rectilignes



### Entraînement 7.1 — Distance et temps de parcours.



Une voiture se déplace en ligne droite à  $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

Toutes les réponses seront exprimées en « heures-minutes-secondes », par exemple « 2 h 32 min 12 s ».

a) Combien de temps faut-il à cette voiture pour parcourir 100 km ? .....

b) Quel serait l'allongement du temps de trajet si elle roulait à  $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  ? ....



### Entraînement 7.2 — Distance parcourue.



Une voiture se déplace en ligne droite. Initialement à l'arrêt, elle subit une accélération constante valant  $a_0$  pendant une durée  $\tau_1$ , puis continue à vitesse constante pendant une durée  $\tau_2$ .

a) Quelle est la vitesse  $v_1$  du véhicule à la date  $t = \tau_1$  ? .....

b) Quelle est la distance parcourue durant  $\tau_1$  ? .....

c) Quelle est la distance totale parcourue en fonction de  $a_0$ ,  $\tau_1$  et  $\tau_2$  ? .....



### Entraînement 7.3 — Longueur d'une piste de décollage.



Pour décoller un avion doit atteindre la vitesse de  $v_d = 180 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  en bout de piste.

Quelle est la longueur minimale  $L$  de la piste de décollage si l'avion accélère uniformément à la valeur  $a = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  ?

(a) 300 m

(b) 450 m

(c) 500 m

(d) 650 m

.....



### Entraînement 7.4 — Distance de freinage.



Une voiture roule à  $110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  en ligne droite. En supposant que les freins imposent une décélération constante de norme  $a = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , déterminer la distance d'arrêt de la voiture.

(a) 37,8 m

(b) 46,7 m

(c) 55,9 m

(d) 63,5 m

.....

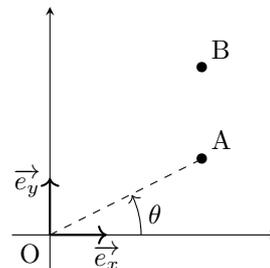
# Coordonnées et projections de vecteurs

## Entraînement 7.5 — Composantes de vecteurs.



On considère deux points A et B tels que la droite (AB) est parallèle à la droite (Oy). Le vecteur  $\vec{OA}$  fait un angle  $\theta$  avec l'axe (Ox).

Exprimer les composantes des vecteurs suivants dans le repère  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$  en fonction de  $a = \|\vec{OA}\|$ ,  $b = \|\vec{AB}\|$  et de l'angle  $\theta$ .



a)  $\vec{OA}$  .....

b)  $\vec{OB}$  .....

c)  $\vec{OA} + \vec{OB}$  .....

d)  $\vec{OA} - \vec{OB}$  .....

## Entraînement 7.6 — Jouons au tennis.



Un élève regarde un match de tennis. Il filme un des échanges et décide d'étudier le mouvement de la balle pour en déduire sa vitesse et son accélération.

Pour cela, il utilise un logiciel d'exploitation de vidéo et remplit le tableau suivant :

$t$ (en s)	0	0,05	0,10	0,15	0,20
$x$ (en m)	0	0,35	0,70	1,05	1,40
$y$ (en m)	1,5	2,09	2,66	3,21	3,74

a) Déterminer la vitesse  $v_0$  (en  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ) de la balle à l'instant initial .....

b) Déterminer l'accélération (en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ) de la balle à l'instant initial .....

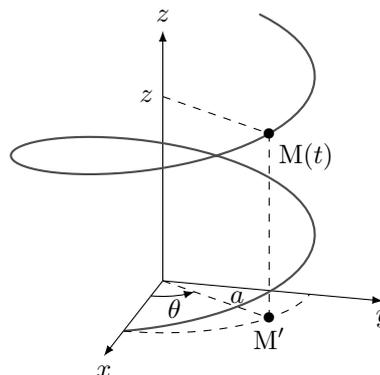
# Dérivée de vecteurs

## Entraînement 7.7 — Étude d'un mouvement hélicoïdal.



Le point matériel M de coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$  décrit une trajectoire hélicoïdale, définie par les équations :

$$\begin{cases} x(t) = a \times \cos(\omega t) \\ y(t) = a \times \sin(\omega t) \\ z(t) = b \times t. \end{cases}$$



a) Déterminer la vitesse  $\vec{v}(M)$  dans la base cartésienne .....

b) Déterminer la norme de la vitesse .....

c) Déterminer l'accélération  $\vec{a}(M)$  dans la base cartésienne .....

d) Déterminer la norme de l'accélération .....

# Étude de quelques mouvements

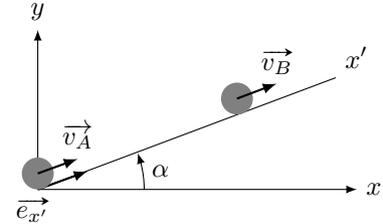
## Entraînement 7.8 — Collision sur plan incliné.



Deux billes évoluent sur un plan incliné faisant un angle  $\alpha = 20^\circ$  par rapport à l'horizontale.

À  $t = 0$ , elles sont distantes d'une longueur  $L$ .

- La bille A possède une vitesse initiale  $v_0 \vec{e}_{x'}$ .  
Son accélération  $\vec{a}(A) = -a \vec{e}_{x'}$  est constante au cours du temps.  
Nous noterons  $v_A(t) \vec{e}_{x'}$  sa vitesse à l'instant  $t$ .
- La bille B quant à elle, n'a pas de vitesse initiale mais possède une accélération constante  $\vec{a}(B) = a \vec{e}_{x'}$ .  
Nous noterons  $v_B(t) \vec{e}_{x'}$  sa vitesse à l'instant  $t$ .



On donne  $a = 3,35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  et  $v_0 = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

- a) Exprimer  $v_A(t)$  en fonction  $a$ ,  $t$  et  $v_0$  .....
- b) Exprimer  $v_B(t)$  en fonction  $a$  et  $t$  .....
- c) Déterminer la position  $x'_A$  de A en fonction du temps .....
- d) Déterminer la position  $x'_B$  de B en fonction du temps .....
- e) Déterminer la distance  $L$  minimale (en cm) pour qu'une collision puisse avoir lieu.  
.....

## Entraînement 7.9 — Chute libre.



On considère le point M de masse  $m$  et de coordonnées  $(x, y, z)$  dans la base cartésienne  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

Il est lancé avec la vitesse  $\vec{v}_0 = v_{0x} \vec{e}_x + v_{0z} \vec{e}_z$  à partir de l'origine O du repère dans le champ de pesanteur uniforme  $\vec{g} = -g \vec{e}_z$ .

Tout frottement étant négligé, l'accélération de M est égale à  $\vec{g}$  à tout instant.

- a) Exprimer  $x(t)$  en fonction de  $v_{0x}$  et  $t$  .....
- b) Exprimer  $z(t)$  en fonction de  $v_{0z}$ ,  $g$  et  $t$  .....
- c) En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire  $z$  en fonction de  $x$ ,  
c'est-à-dire une relation entre  $x(t)$  et  $z(t)$  .....

**Entraînement 7.10 — Pauvre gazelle.**



Un lion chasse une gazelle. Il court à la vitesse constante de  $5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . La gazelle aperçoit le lion quand il est à 10 m de distance. Elle se met alors en fuite en accélérant à  $2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Pour rattraper la gazelle, le lion se met aussi à accélérer au même instant à  $3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

- a) Combien de temps mettra le lion à rattraper la gazelle? .....
- b) Quelle distance aura parcourue la gazelle avant de se faire dévorer? .....

**Réponses mélangées**

$z = -\frac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \frac{v_{0z}}{v_{0x}}x$	$\frac{1}{2}at^2 + L$	$-\frac{1}{2}at^2 + v_0t$	$a_0 \times \tau_1$	$-at + v_0$
$\frac{a_0 \times \tau_1^2}{2}$	67 cm	$a(\cos(\theta)\vec{e}_x + \sin(\theta)\vec{e}_y)$	$-b\vec{e}_y$	$49,4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$
$\sqrt{(a\omega)^2 + b^2}$	$v_{0x}t$	1,7 s	$8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	$a\left(2\cos(\theta)\vec{e}_x + \left(2\sin(\theta) + \frac{b}{a}\right)\vec{e}_y\right)$
2,9 m	$a_0 \times \tau_1 \times \left(\frac{\tau_1}{2} + \tau_2\right)$	$-\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t$	$-a\omega^2(\cos(\omega t)\vec{e}_x + \sin(\omega t)\vec{e}_y)$	
	8 min 20 s	$at$	$a\left(\cos(\theta)\vec{e}_x + \left(\sin(\theta) + \frac{b}{a}\right)\vec{e}_y\right)$	(c)
	$a\omega(-\sin(\omega t)\vec{e}_x + \cos(\omega t)\vec{e}_y) + b\vec{e}_z$	$a\omega^2$	(b)	1 h 6 min 40 s

► Réponses et corrigés page ??

# Principe fondamental de la dynamique

**Prérequis**

Projections. Coordonnées polaires. Équations différentielles simples.

## Pour commencer

 **Entraînement 8.1 — Une relation algébrique.**



La vitesse  $v$  (en régime permanent) d'un mobile vérifie l'équation

$$m_1(v - v_1) + m_2(v - v_2) = p.$$

Donner l'expression de  $v$  (en fonction de  $m_1, m_2, v_1, v_2$  et  $p$ ) .....

 **Entraînement 8.2 — Un système de deux équations.**



Un problème de mécanique fait intervenir une force d'intensité  $F$  et un angle  $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ . En projetant la seconde loi de Newton sur deux axes, on aboutit au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} T + F \sin \alpha = mR\omega^2 \\ F \cos \alpha = mg. \end{cases}$$

a) Déterminer  $F$  en fonction des données  $T, m, R, \omega$  et  $g$ . .....

b) Déterminer  $\alpha$  en fonction des données  $T, m, R, \omega$  et  $g$ . .....

 **Entraînement 8.3 — Quelques équations différentielles.**



Résoudre les équations différentielles suivantes, sachant que  $v = 0$  à  $t = t_0$ , et que les paramètres  $a_0$  et  $k$  sont des constantes.

a)  $\frac{dv}{dt} = a_0$  .....

b)  $\frac{dv}{dt} = -kv$  .....

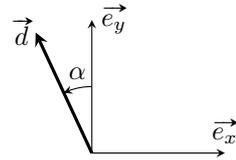
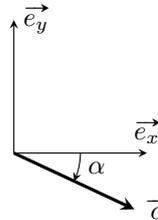
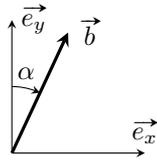
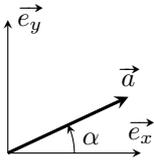
c)  $\frac{dv}{dt} = -kv + a_0$  .....

# Décomposition de vecteurs

## Entraînement 8.4 — Des projections.



On considère les vecteurs suivants :



Décomposer dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$  les vecteurs :

a)  $\vec{a}$  .....

c)  $\vec{c}$  .....

b)  $\vec{b}$  .....

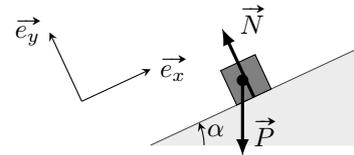
d)  $\vec{d}$  .....

## Entraînement 8.5 — Sur un plan incliné.



On considère la situation représentée ci-contre.

Décomposer dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$  les vecteurs suivants.



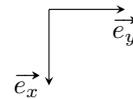
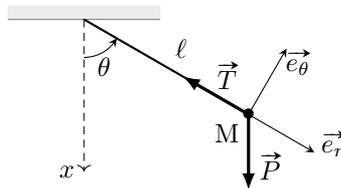
a)  $\vec{P}$  .....

b)  $\vec{N}$  .....

## Entraînement 8.6 — Avec un pendule simple.



On considère la situation



Décomposer dans la base  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  les vecteurs suivants :

a)  $\vec{P}$  .....

c)  $\vec{P} + \vec{T}$  .....

b)  $\vec{T}$  .....

 **Entraînement 8.7 — Avec un pendule simple (suite).**



On se place dans la même situation que ci-dessus. Décomposer dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$  :

- a)  $\vec{P}$  .....       c)  $\vec{P} + \vec{T}$  .....
- b)  $\vec{T}$  .....

## Entre accélération et position

**Entraînement 8.8 — Du vecteur position au vecteur accélération.**



On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cartésiennes dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  sont, à chaque instant  $x(t) = \frac{1}{2}a_0t^2 + x_0$ ,  $y(t) = -v_0t$  et  $z(t) = z_0$ .

Donner les expressions du vecteur :

- a) position .....       b) vitesse .....       c) accélération ..

**Entraînement 8.9 — Du vecteur accélération au vecteur position.**



On considère un point M de masse  $m$  en chute libre soumis à son poids  $\vec{P} = mg\vec{e}_z$ . Ce point M a été lancé avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_x$  et une position initiale  $M_0 \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Donner l'expression des vecteurs :

- a) accélération .....       c) position .....
- b) vitesse .....

**Entraînement 8.10 — Tension d'un fil.**

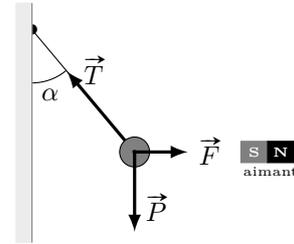


Une bille d'acier de poids  $P = 2,0 \text{ N}$ , fixée à l'extrémité d'un fil de longueur  $\ell = 50 \text{ cm}$  est attirée par un aimant exerçant une force  $F = 1,0 \text{ N}$ . À l'équilibre, le fil s'incline d'un angle  $\alpha$  et l'on a

$$\vec{T} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0},$$

où  $\vec{T}$  est la tension exercée par le fil.

Calculer les valeurs numériques de :



a) la tension  $T$  du fil .....

b) l'angle  $\alpha$  (en radian) .....

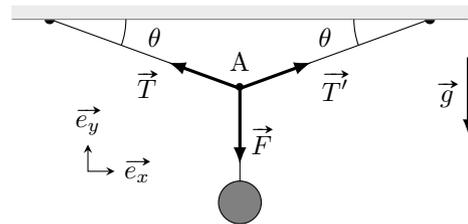
**Entraînement 8.11 — Masse suspendue.**



Un objet qui pèse  $800 \text{ N}$  est suspendu en équilibre à l'aide de deux cordes symétriques qui font un angle  $\theta = 20^\circ$  avec la direction horizontale.

Le point A est soumis à trois forces :

$$\vec{T}, \vec{T}' \text{ et } \vec{F}.$$



On note  $\vec{R}$  la résultante des forces.

a) Exprimer la composante horizontale  $R_x$  en fonction de  $T, T'$  et  $\theta$ . .....

b) Exprimer la composante verticale  $R_y$  en fonction de  $T, T', F$  et  $\theta$ . .....

c) Déterminer la tension  $T$  en résolvant l'équation  $\vec{R} = \vec{0}$ . .....

## Mouvements rectilignes

**Entraînement 8.12 — Chute avec frottement.**



Un corps de masse  $m = 2 \text{ kg}$  tombe verticalement avec une accélération de  $a = 9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Lors de sa chute il subit la force de pesanteur ainsi qu'une force de frottement due à l'air.

On prendra  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  pour l'intensité du champ de pesanteur.

Combien vaut l'intensité de la force de frottement ? .....

**Entraînement 8.13 — Contact dans un ascenseur.**



Un homme de masse  $m = 80 \text{ kg}$  est dans un ascenseur qui monte avec une accélération  $a = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . On note  $\vec{F}$  la force exercée par l'homme sur le plancher de l'ascenseur.

On prendra  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  pour l'intensité du champ de pesanteur.

Combien vaut l'intensité de  $\vec{F}$ ? .....

**Entraînement 8.14 — Calcul d'une action de contact.**

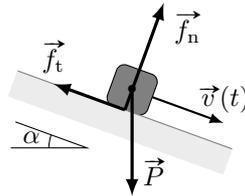


Un bloc de masse  $m$ , de poids  $\vec{P}$  glisse à une vitesse  $v(t)$ , variable au cours du temps, sur un support plan qui exerce une action de contact.

Celle-ci se décompose en deux actions :

- une action normale à la surface  $\vec{f}_n$  ;
- une action de frottement  $\vec{f}_t$  opposée à la vitesse de glissement.

Le plan est incliné d'un angle  $\alpha$ , comme figuré ci-dessous.



Déterminer (en fonction d'au moins une des données  $P$ ,  $v(t)$ ,  $m$  et  $\alpha$ ) :

a) l'intensité de l'action normale  $f_n$  .....

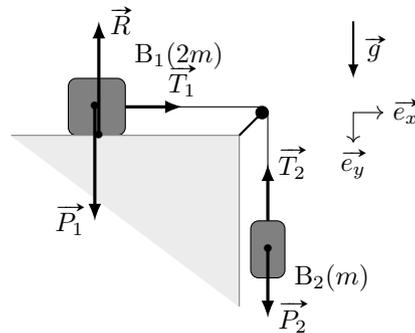
b) l'intensité du frottement  $f_t$  .....

**Entraînement 8.15 — Calcul d'une accélération.**



Deux blocs  $B_1$  et  $B_2$  de masse respective  $2m$  et  $m$  sont reliés par un fil. On passe le fil dans la gorge d'une poulie, puis on maintient le bloc  $B_1$  sur la table alors que l'autre est suspendu dans l'air. On libère le bloc  $B_1$  qui glisse alors sur la table. On note  $T_1$  et  $T_2$  les tensions exercées par le fil sur les blocs,  $a_1$  et  $a_2$  les accélérations respectives des blocs  $B_1$  et  $B_2$ , et  $g$  le champ de pesanteur.

Les frottements sont négligeables.



a) Exprimer  $a_1$  en fonction de  $m$  et  $T_1$ . .....

b) Exprimer l'accélération  $a_2$  de  $B_2$  en fonction de  $m$ ,  $g$  et  $T_2$ . .....

Le fil étant inextensible et sans masse on a  $a_1 = a_2$  et  $T_1 = T_2$ .

c) En déduire l'accélération en fonction uniquement de  $g$  .....

### Réponses mélangées

$$\begin{array}{ccccccc}
 (P - T \cos(\theta))\vec{e}_x - T \sin(\theta)\vec{e}_y & (P \cos(\theta) - T)\vec{e}_r - P \sin(\theta)\vec{e}_\theta & -T\vec{e}_r & & & & \\
 -T \cos(\theta)\vec{e}_x - T \sin(\theta)\vec{e}_y & \frac{p + m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} & \frac{T_1}{2m} & \left(\frac{1}{2}a_0 t^2 + x_0\right)\vec{e}_x - v_0 t \vec{e}_y + z_0 \vec{e}_z & & & \\
 1,6 \text{ N} & 0 & 0,46 \text{ rad} & b \sin(\alpha)\vec{e}_x + b \cos(\alpha)\vec{e}_y & \arctan\left(\frac{mR\omega^2 - T}{mg}\right) & & \\
 a_0 t \vec{e}_x - v_0 \vec{e}_y & (T' + T) \sin \theta - F & P \cos(\theta)\vec{e}_r - P \sin(\theta)\vec{e}_\theta & (T' - T) \cos \theta & & & \\
 g\vec{e}_z & g - \frac{T_2}{m} & P \cos \alpha & -d \sin(\alpha)\vec{e}_x + d \cos(\alpha)\vec{e}_y & \frac{g}{3} & \frac{a_0}{k} [1 - e^{-k(t-t_0)}] & \\
 v_0 \vec{e}_x + gt \vec{e}_z & -P \sin(\alpha)\vec{e}_x - P \cos(\alpha)\vec{e}_y & 1,17 \text{ kN} & P\vec{e}_x & \sqrt{(mR\omega^2 - T)^2 + (mg)^2} & & \\
 2,2 \text{ N} & a_0(t - t_0) & a \cos(\alpha)\vec{e}_x + a \sin(\alpha)\vec{e}_y & -m \frac{dv}{dt} + P \sin \alpha & a_0 \vec{e}_x & & \\
 864 \text{ N} & c \cos(\alpha)\vec{e}_x - c \sin(\alpha)\vec{e}_y & N\vec{e}_y & (v_0 t + x_0)\vec{e}_x + y_0 \vec{e}_y + \frac{1}{2}gt^2 \vec{e}_z & & & 
 \end{array}$$

► Réponses et corrigés page ??

# Approche énergétique en mécanique

**Prérequis**

Systèmes de coordonnées. Expression de forces (poids, force de rappel).  
Travail d'une force. Théorèmes généraux (dynamique et énergétiques).

## Énergies potentielles

**Entraînement 9.1 — La juste formule.**



On considère un point matériel de masse  $m$  plongé dans le champ de pesanteur  $\vec{g}$ . On se place dans un repère cartésien  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  tel que  $\vec{g} = -g\vec{e}_y$ , le point  $O$  étant pris comme origine de l'énergie potentielle. Quelle est l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur ?

- (a)  $mgx$       (b)  $-mgy$       (c)  $mgx$       (d)  $mgz$

.....

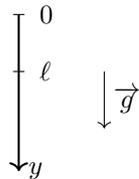


**Entraînement 9.2 — Plusieurs expressions d'énergie potentielle de pesanteur.**

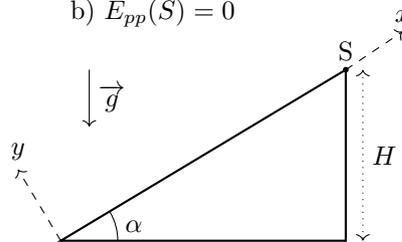


Déterminer la fonction énergie potentielle de pesanteur d'un point matériel de masse  $m$  associée aux situations suivantes :

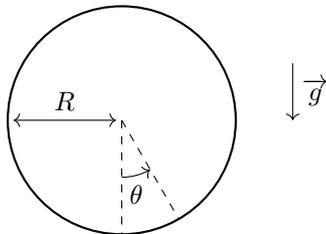
a)  $E_{pp}(\ell) = 0$



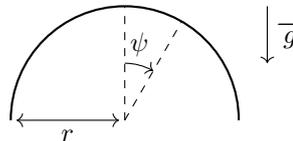
b)  $E_{pp}(S) = 0$



c)  $E_{pp}(\theta = \pi/2) = 0$



d)  $E_{pp}(\psi = 0) = E_0$



a)  $E_{pp}(y) = \dots\dots\dots$

c)  $E_{pp}(\theta) = \dots\dots\dots$

b)  $E_{pp}(x) = \dots\dots\dots$

d)  $E_{pp}(\psi) = \dots\dots\dots$

**Entraînement 9.3 — La juste formule... le retour.**



On considère un point matériel M de masse  $m$  astreint à se déplacer selon un axe  $(Oy)$  horizontal. Il est attaché à un ressort de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$ . L'autre extrémité du ressort est fixée en O.

Quelle est l'expression de l'énergie potentielle élastique du point M pour que celle-ci soit nulle lorsque l'allongement du ressort est nul ?

Ⓐ  $\frac{1}{2}ky^2$

Ⓑ  $\frac{1}{2}k(y - \ell_0)^2$

Ⓒ  $\frac{1}{2}k(y^2 - \ell_0^2)$

Ⓓ  $-\frac{1}{2}k(\ell_0 - y)^2$

.....



### Réponses mélangées

$$\textcircled{b} \quad -(a + b + c)h \quad -mgR \cos(\theta) \quad -hR\alpha \quad mg(x \sin(\alpha) - H)$$

$$\textcircled{c} \quad \textcircled{c} \quad mg(\ell - y) \quad -(2a + 2b)h \quad 0,65 \text{ rad} = 37^\circ$$

$$1 - \frac{v_0^2}{2g\ell} \quad mgr(\cos(\psi) - 1) + E_0 \quad \textcircled{b} \quad -h\ell$$

► Réponses et corrigés page ??

## Gaz parfaits

### Prérequis

La loi des gaz parfaits s'écrit  $PV = nRT$ , avec  $P$  en pascals,  $V$  en mètres cubes,  $n$  en moles et  $T$  en kelvins.

### Constantes utiles

→ constante des gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

→ définition du bar :  $1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$

→ conversion entre kelvins et degrés Celsius :  $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273,15$

## Entraînement au calcul



### Entraînement 10.1 — Quelques calculs de volume.



Calculer le volume (en L) occupé à  $T = 25^{\circ}\text{C}$  et sous une pression  $P = 1,0 \text{ bar}$  pour les gaz suivants.

a) 100 g d'argon ( $M_{\text{Ar}} = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) .....

b) 32 g de dioxygène  $\text{O}_2$  ( $M_{\text{O}} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) .....

c) 1,2 kg de dioxyde de carbone  $\text{CO}_2$  ( $M_{\text{C}} = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) .....

### Entraînement 10.2 — Bouteille de butane.



Une bouteille de 30,6 L, maintenue à  $20^{\circ}\text{C}$ , contient du butane ( $\text{C}_4\text{H}_{10}$ ) qui est sous la forme d'un mélange liquide/gaz comprimé. Le contenu de la bouteille présente une masse  $m$  de 13 kg.

On donne  $M_{\text{H}} = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  et  $M_{\text{C}} = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

a) Combien vaut la masse molaire (en  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) du butane? .....

b) Quelle serait la pression à l'intérieur de la bouteille si tout le butane était à l'état gazeux?

.....

c) Quel volume occuperait le contenu de la bouteille, s'il était entièrement à l'état gazeux, sous une pression de 1,0 bar et à la température de  $20^{\circ}\text{C}$ ? .....



### Entraînement 10.3 — Volume molaire.



Calculer le volume molaire (en  $\text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) d'un gaz parfait :

a) sous 1,00 bar et à  $25,0^{\circ}\text{C}$  .....

b) sous 2,00 bar et à  $50,0^{\circ}\text{C}$  .....

 **Entraînement 10.4 — Surchauffe ?**



Un pneu de voiture, de volume supposé constant, est gonflé à froid, à la température  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ , sous la pression  $P_1 = 2,0$  bar. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche une pression  $P_2 = 2,3$  bar.

Quelle est alors sa température (en  $^\circ\text{C}$ ) si l'on assimile l'air à un gaz parfait ? .....

 **Entraînement 10.5**



Un récipient de volume  $V_1$  enferme de l'air (assimilé à un gaz parfait) à la température  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  et sous une pression  $P_1 = 1,20$  bar.

Que vaut la pression finale (en bar) si l'on augmente :

a) le volume de 20% ? .....

b) la température de  $10^\circ\text{C}$  ? .....

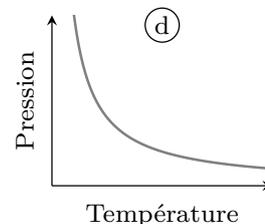
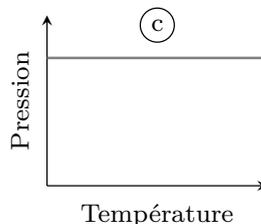
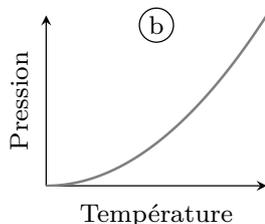
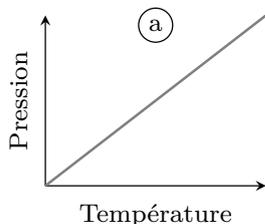
## Manipulations algébriques

---

 **Entraînement 10.6 — Faire le lien entre une formule et un graphe.**

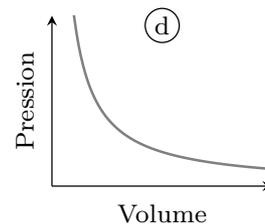
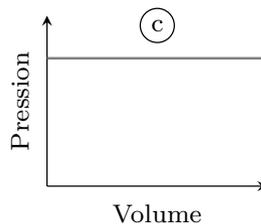
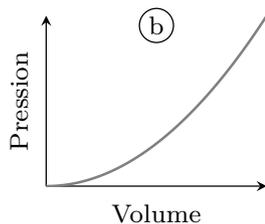
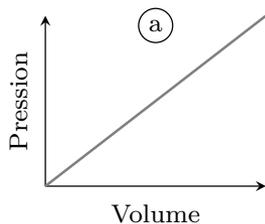


a) Lequel de ces graphes représente la relation entre pression et température lorsque  $n$  et  $V$  sont fixés ?



.....

b) Lequel de ces graphes représente la relation entre pression et volume lorsque  $n$  et  $T$  sont fixés ?



.....

**Entraînement 10.7 — Masse volumique de l'eau.**



On considère un gaz parfait de masse molaire  $M$ , à la pression  $P$  et à la température  $T$ .

a) Exprimer sa masse volumique  $\rho$  en fonction de  $M$ ,  $P$  et  $T$ . .....

b) La vapeur d'eau a pour masse volumique  $\rho = 0,595 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  à  $100^\circ\text{C}$  et  $1013 \text{ hPa}$ . Sa masse molaire est  $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Est-ce compatible avec le modèle du gaz parfait? .....

**Entraînement 10.8 — Expression de la densité d'un gaz.**



La densité  $d$  d'un gaz A est le rapport entre la masse volumique du gaz A et la masse volumique de l'air sous les mêmes conditions de pression et de température. Autrement dit, c'est

$$d = \frac{\rho_A}{\rho_{\text{air}}}.$$

On note  $M_A$  la masse molaire de A et  $M_{\text{air}}$  celle de l'air.

Exprimer la densité  $d$  en fonction de  $M_A$  et  $M_{\text{air}}$  à l'aide de la loi du gaz parfait ....

**Entraînement 10.9 — Bulle de savon.**



Une bulle de savon sphérique de rayon  $r$  enferme  $n$  moles d'air à la température ambiante  $T_0$ .

La pression qui règne à l'intérieur de la bulle de savon est donnée par

$$P = P_0 + \frac{4\gamma}{r}$$

où  $\gamma$  est la tension superficielle de l'eau savonneuse et où  $P_0$  est la pression atmosphérique.

a) Donner l'expression du volume de la bulle en fonction  $r$  .....

b) Exprimer  $n$  en fonction de  $P_0$ ,  $T_0$ ,  $\gamma$  et  $r$  .....

**Réponses mélangées**

$\frac{M_A}{M_{\text{air}}}$	$58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	$1,24 \text{ bar}$	$24,8 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$	$1,8 \times 10^2 \text{ bar}$
$5,5 \text{ m}^3$	$\frac{MP}{RT}$	$6,8 \times 10^2 \text{ L}$	$64 \text{ }^\circ\text{C}$	(d) $62 \text{ L}$
$\frac{4}{3}\pi r^3$	$13,4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$	(a)	$1,00 \text{ bar}$	$25 \text{ L}$ non
				$\frac{4\pi P_0 r^3 + 16\pi\gamma r^2}{3RT_0}$

► Réponses et corrigés page ??

## Fondamentaux de la chimie des solutions

### Prérequis

Pour cette fiche, on utilisera les masses molaires des éléments suivants :

Élément	H	C	O	F	Ca
Masse molaire (en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	1	12	16	19	40
	$M_{\text{H}}$	$M_{\text{C}}$	$M_{\text{O}}$	$M_{\text{F}}$	$M_{\text{Ca}}$

On rappelle la masse volumique de l'eau :  $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

### Constantes utiles

→ nombre d'Avogadro :  $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

## Avant toute chose

### Entraînement 11.1 — Morceau de sucre.



Un morceau de sucre est un corps pur qui contient 6,0 g de saccharose  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ . Calculer :

a) La quantité de matière  $n$  de saccharose dans le morceau de sucre .....

b) Le nombre  $N$  de molécules de saccharose dans le morceau de sucre .....

### Entraînement 11.2 — Atomes de carbone dans le diamant.



Le diamant est un cristal contenant uniquement des atomes de carbone de masse molaire  $M = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ . Sa valeur est évaluée par sa masse en carats. Un carat est équivalent à 200 mg. Le plus gros diamant jamais découvert l'a été en 1905 avec une masse de 3 106 carats. Calculer :

a) La masse  $m$  d'atomes de carbone contenue dans ce diamant .....

b) La quantité de matière  $n$  d'atomes de carbone dans ce diamant .....

c) Le nombre  $N$  d'atomes de carbone dans ce diamant .....

### Entraînement 11.3 — Un verre d'eau à la mer.



On verse un verre d'eau de volume  $V = 24,0 \text{ cL}$  contenant initialement  $N_0$  molécules d'eau dans la mer, et on suppose qu'il est possible d'agiter vigoureusement pour obtenir une répartition homogène de ce verre d'eau dans l'ensemble des mers et océans du globe qui représentent un volume total  $V_{\text{tot}} = 1,37 \times 10^{18} \text{ m}^3$ .

a) Calculer  $N_0$  .....

b) Calculer le rapport  $R = \frac{V}{V_{\text{tot}}}$  .....

c) Si on remplit alors le verre d'eau dans la mer, combien de molécules  $N$  du verre initial retrouve-t-on ?

.....

**Entraînement 11.4 — Combat de masses volumiques.**

On considère un morceau de cuivre de  $20 \text{ cm}^3$  pesant  $178 \text{ g}$  et un morceau de fer de  $3 \text{ dm}^3$  pesant  $24 \text{ kg}$ .

Qui a la masse volumique la plus élevée? .....

**Entraînement 11.5 — Calcul autour du pH.**

Le pH d'une solution aqueuse est défini par  $\text{pH} = -\log_{10}(a_{\text{H}_3\text{O}^+}) = -\log_{10}\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{C^\circ}\right)$ .

On rappelle que  $C^\circ = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

a) Calculer le pH d'une solution aqueuse contenant  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 0,1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  .....

b) Exprimer puis calculer la concentration en  $\text{H}_3\text{O}^+$  en fonction du pH si celui-ci vaut  $7$  ..

On considère une solution dont la concentration en  $\text{H}_3\text{O}^+$  vaut  $x$ , et on note  $\text{pH}_0$  son pH.

c) Exprimer en fonction de  $\text{pH}_0$  le pH d'une solution pour laquelle la concentration en  $\text{H}_3\text{O}^+$  a été multipliée par  $100$  .....

**Entraînement 11.6 — Diagramme de prédominance.**

L'acide malonique, ou acide propanedioïque, de formule  $\text{HOOC} - \text{CH}_2 - \text{COOH}$  est caractérisé par les constantes  $\text{p}K_{A1} = 2,85$  et  $\text{p}K_{A2} = 5,80$ . Il sera noté  $\text{H}_2\text{A}$  par la suite.

On rappelle la constante d'équilibre de l'autoprotolyse de l'eau  $K_e = 10^{-14}$ .



a) Identifier les valeurs de (x) et (y) .....

b) Identifier les espèces correspondant à (a), (b) et (c) .....

c) Quelle espèce prédomine dans une solution de  $\text{pH} = 4,2$ ? .....

d) Quelle espèce prédomine dans une solution de concentration  $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  en ions oxonium? .....

e) Quelle espèce prédomine dans une solution de concentration  $[\text{HO}^-]_{\text{éq}} = 1,0 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  en ions hydroxyde? .....

# Concentrations, Dilutions

## Entraînement 11.7 — Combat de concentrations.



Qui est le plus concentré ?

a) 8 g de sel dans 3 cL d'eau ou 3 kg de sel dans  $1 \times 10^3$  L d'eau? .....

b) 3 mol de sucre dans 10 mL d'eau ou 400 kmol de sucre dans  $2 \text{ m}^3$  d'eau? .....

## Entraînement 11.8 — Du sucre dans votre thé ?



On prépare 20 cL de thé sucré en y ajoutant 3 morceaux de sucre constitués chacun de 6 g de saccharose de masse molaire  $M = 344 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ . Calculer :

a) La concentration en masse  $C_m$  de saccharose dans le thé .....

b) La concentration en quantité de matière  $C$  de saccharose dans le thé .....

## Entraînement 11.9 — Dilution homogène.



On mélange un volume  $V_1 = 10 \text{ mL}$  de solution aqueuse d'ion  $\text{Fe}^{3+}$  à  $C_1 = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  et  $V_2 = 10 \text{ mL}$  de solution aqueuse d'ions  $\text{Sn}^{2+}$  à  $C_2 = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

On souhaite donner la composition du système en  $\text{Fe}^{3+}$  avant toute réaction.

a) Parmi les formules fausses suivantes, laquelle ou lesquelles ont au moins le mérite d'être homogènes ?

(a)  $[\text{Fe}^{3+}]_i = \frac{C_1}{V_1}$

(b)  $[\text{Fe}^{3+}]_i = C_1 V_1$

(c)  $[\text{Fe}^{3+}]_i = \frac{C_1}{V_1} (V_1 + V_2)$

.....

b) Établir l'expression littérale correcte donnant  $[\text{Fe}^{3+}]_i$  dans le mélange .....

## Entraînement 11.10 — Un café au lait sucré.



On mélange 100 mL de café à la concentration en masse de caféine  $C_1 = 0,7 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  avec 150 mL de lait sucré à la concentration en masse de sucre  $C_2 = 40 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ .

a) Calculer la concentration finale en masse  $C'_1$  en caféine .....

b) Calculer la concentration en masse  $C'_2$  en sucre dans le mélange obtenu ...

 **Entraînement 11.11 — Mélange de solutions.**



On mélange deux bouteilles d'eau sucrée de volumes respectifs  $V_1$  et  $V_2$  dont les concentrations en mole de sucre sont respectivement  $C_1$  et  $C_2$ . On veut exprimer la concentration en quantité de matière  $C$  du sucre dans le mélange en fonction de  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $C_1$  et  $C_2$ .

a) Parmi les formules fausses suivantes, laquelle ou lesquelles ont au moins le mérite d'être homogènes ?

(a)  $C = \frac{C_1}{V_1 + V_2}$

(b)  $C = C_1 V_1 + C_2 V_2$

(c)  $C = \frac{C_1(V_1 + V_2)}{C_2 V_1}$

.....

b) Déterminer la formule correcte donnant  $C$ .

.....

 **Entraînement 11.12 — Manipulation de formules.**



Soit  $C$  la concentration en quantité de matière et  $C_m$  la concentration en masse d'un soluté en solution.

On note  $n$ ,  $m$  et  $M$  la quantité de matière, la masse et la masse molaire du soluté et  $V$  le volume de la solution.

Exprimer :

a)  $C_m$  en fonction de  $n$ ,  $M$  et  $V$  .....

b) La quantité de matière  $n$  en fonction de  $C_m$ ,  $V$  et  $M$  .....

c) Le volume  $V$  en fonction de  $M$ ,  $C$  et la masse  $m$  .....

 **Entraînement 11.13 — Préparation d'une solution par dilution.**



a) On dispose d'une grande quantité d'une solution mère d'acide acétique à la concentration en masse  $C = 80 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ . On souhaite préparer 100 mL d'une solution à la concentration en masse de  $20 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  par dilution.

Quel volume  $V_i$  de la solution mère doit-on prélever ? .....

b) On prélève 20 mL d'une solution mère de permanganate de potassium à la concentration en masse  $C_m = 40 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  que l'on verse dans une fiole jaugée de 250 mL et que l'on complète ensuite jusqu'au trait de jauge avec de l'eau distillée.

Calculer la concentration en masse  $C_f$  de la solution finale. ....

# Dissolution

## Prérequis

On rappelle qu'on dit qu'une solution est saturée lorsque la concentration du soluté correspond à la concentration maximale que l'on peut dissoudre (la solubilité) à cette température.

### Entraînement 11.14 — Dissoudre du sel ou du sucre.



Une solution aqueuse saturée en sel a une concentration en masse de sel valant  $358 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ . Une solution aqueuse saturée en sucre contient  $2,00 \text{ kg}$  de sucre par litre de solution.

a) Quelle est la masse de sel contenue dans  $20 \text{ mL}$  d'une solution saturée en sel ?

.....

b) Quelle masse de sucre peut-on dissoudre dans une tasse de  $300 \text{ mL}$  ?

.....

### Entraînement 11.15 — Saturation du carbonate de potassium.



On peut dissoudre au maximum  $1220 \text{ g}$  de carbonate de potassium  $\text{K}_2\text{CO}_3$  dans  $1,0 \text{ L}$  d'eau. On indique la masse molaire du carbonate de potassium  $M = 138 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Calculer :

a) La quantité de matière  $n$  de carbonate de potassium dans  $250 \text{ mL}$  d'une solution saturée en carbonate de potassium. ....

b) La quantité de matière  $n_1$  en ions potassium  $\text{K}^+$ . ....

c) La quantité de matière  $n_2$  en ions carbonates  $\text{CO}_3^{2-}$  dans la solution.

### Entraînement 11.16 — Fluorure de calcium.



On dissout  $10,0 \text{ g}$  de fluorure de calcium  $\text{CaF}_2$  dans  $500 \text{ mL}$  d'eau. Calculer :

a) La quantité de matière de fluorure de calcium dissoute. ....

b) La quantité de matière en ions calcium  $\text{Ca}^{2+}$ . ....

c) La masse en ions fluorures dans la solution. ....

# Autour de la masse volumique

## Prérequis

On rappelle que la densité  $d$  d'un liquide correspond au rapport entre sa masse volumique et la masse volumique de l'eau.



### Entraînement 11.17 — Le sel.



On dissout une masse  $m = 10\text{ g}$  de sel dans un volume  $V = 20\text{ mL}$  d'eau à  $25\text{ °C}$ . La solubilité du sel à cette température est  $s = 330\text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ . On suppose que cette dissolution s'opère à volume constant.

a) Calculer la masse de sel qui reste sous forme solide .....

b) Calculer la densité  $d$  de la solution finale .....

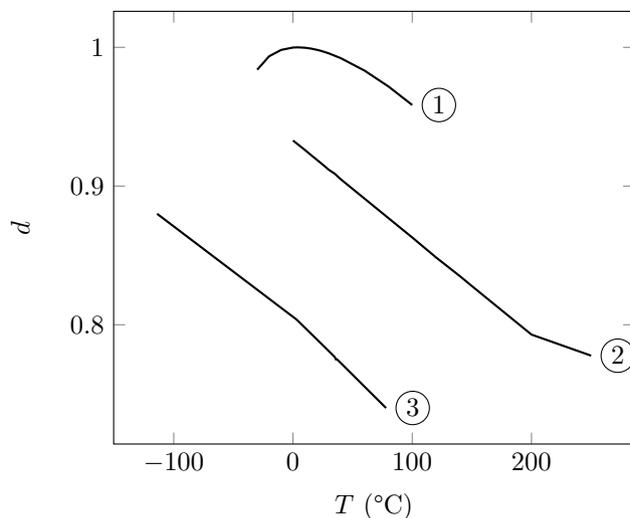
c) La densité expérimentale de la solution est  $d_{\text{exp}} = 1,35$ .

Le volume de la solution a-t-il diminué ou augmenté lors de la dissolution? ...

### Entraînement 11.18 — Densité et température.



Le graphe suivant présente l'évolution en fonction de la température de la densité de l'eau pure, de l'huile de tournesol et de l'éthanol. La pression est la pression atmosphérique.



Liquide	$T_{\text{solidification}}\text{ (°C)}$	$T_{\text{ébullition}}\text{ (°C)}$
Eau	0	?
Éthanol	-117	78
Huile	3	230

Températures de changement d'état ( $P = P_{\text{atm}}$ )

a) À quelle courbe correspond la densité de l'eau pure? .....

b) À quelle courbe correspond la densité de l'huile? .....

c) Retrouver par lecture graphique, la température d'ébullition de l'eau pure.

(a) 0 °C

(b) 50 °C

(c) 100 °C

(d) -50 °C

.....

# Titre massique

## Prérequis

On rappelle que le titre massique  $t$  correspond au rapport exprimé en pourcentage de la masse de composé dissous sur la masse de la solution.

### Entraînement 11.19 — Acide chlorhydrique.



Une solution d'acide chlorhydrique concentrée possède un titre massique en HCl de 37 % pour une densité  $d = 1,19$ . On donne  $M_{\text{HCl}} = 36,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Calculer :

a) La masse  $m$  d'un litre de cette solution .....

b) La masse  $m_{\text{HCl}}$  d'acide chlorhydrique pur contenu dans ce litre de solution.

.....

c) La concentration en quantité de matière  $C$  en acide chlorhydrique de cette solution.

.....

### Entraînement 11.20 — Acide sulfurique.



Une solution d'acide sulfurique concentrée possède une concentration en quantité de matière  $C = 18 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  en  $\text{H}_2\text{SO}_4$  pour une densité  $d = 1,84$ . On donne  $M_{\text{H}_2\text{SO}_4} = 98 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Calculer le titre massique  $t$  en acide sulfurique de cette solution .....

### Entraînement 11.21 — L'éthanol.



On prépare  $V = 10\,000 \text{ L}$  d'éthanol de titre massique  $t = 95,4\%$  par distillation fractionnée. Cette solution possède une densité  $d = 0,789$  et on indique que l'éthanol de formule brute  $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$  présente une masse molaire  $M = 46,07 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Quelle est la quantité de matière  $n$  d'éthanol dans cette solution ?

- (a)  $163 \times 10^3 \text{ mol}$
- (b)  $461 \times 10^3 \text{ mol}$
- (c)  $439 \times 10^3 \text{ mol}$
- (d)  $7,53 \times 10^3 \text{ mol}$

.....

### Réponses mélangées

2,2 mol     $90 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$     1,33    Le cuivre    ①    1     $1,1 \times 10^{22}$     Le premier  
 96 %    ① = 2,85 et ② = 5,80    Aucune     $\text{pH}_0 - 2$      $0,28 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$     ③  
 $\text{HA}^-$      $1,75 \times 10^{-22}$     0,128 mol     $\frac{V \times C_m}{M}$      $12 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$     1,19 kg  
 25 mL    0,44 kg     $3,12 \times 10^{25}$     0,128 mol     $\text{H}_2\text{A}$     600 g    621 g    7,2 g  
 4,4 mol     $\text{A}^{2-}$     2,2 mol    Il a diminué.     $24 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$      $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-7} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$   
 $\frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2}$      $3,2 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$     4,86 g    51,8 mol     $0,26 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$     ④    ⑤  
 $V = \frac{m}{C \times M}$     18 mmol    ⑥ =  $\text{H}_2\text{A}$ , ⑦ =  $\text{HA}^-$  et ⑧ =  $\text{A}^{2-}$     3,4 g  
 ⑨     $\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{V_1 + V_2}$     1 400     $\frac{n \times M}{V}$     Le premier     $8,01 \times 10^{24}$

► Réponses et corrigés page ??

## Réactions chimiques

### Prérequis

Tableaux d'avancement, avancement ( $\xi$ ) et avancement volumique ( $\xi_v$ ) d'une réaction. Loi d'action de masse. Définition du pH, constante d'acidité. Constante d'autoprotolyse de l'eau.

### Pour commencer

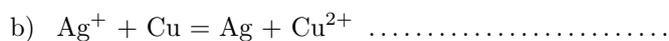


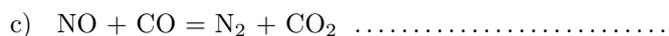
#### Entraînement 12.1 — Ajuster des équations de réaction.

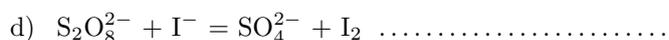


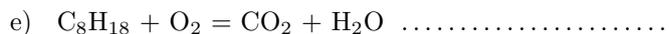
Ajuster les équations des réactions suivantes.

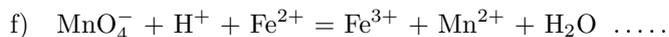













#### Entraînement 12.2 — Tableau d'avancement.



On considère le tableau d'avancement en quantité de matière suivant :

	$\text{N}_{2(\text{g})} + 3 \text{H}_{2(\text{g})} = 2 \text{NH}_{3(\text{g})}$		
<b>État initial</b>	$n_1$	$n_2$	0
<b>État final</b>	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$

où  $n_1$  et  $n_2$  sont des quantités de matière. À l'instant final, l'avancement molaire de la réaction vaut  $\xi$ .

Déterminer en fonction de  $n_1$ ,  $n_2$  et  $\xi$ , les quantités suivantes :

$\alpha$  .....

$\beta$  .....

$\gamma$  .....

**Entraînement 12.3 — Expression de la constante thermodynamique d'équilibre.**



On considère la transformation d'équation :



Trouver, parmi les formules suivantes, l'expression de sa constante d'équilibre  $K^\circ$  :

(a)  $K^\circ = \frac{[\text{HO}^-]_{\text{eq}} \times [[\text{Cd(NH}_3)_4]^{2+}]_{\text{eq}}}{[\text{Cd(OH)}_2]_{\text{eq}} \times [\text{NH}_3]_{\text{eq}}}$

(d)  $K^\circ = \frac{[\text{HO}^-]_{\text{eq}}^2 \times [[\text{Cd(NH}_3)_4]^{2+}]_{\text{eq}}}{[\text{NH}_3]_{\text{eq}}^4 \times C^\circ}$

(b)  $K^\circ = \frac{[\text{HO}^-]_{\text{eq}}^2 \times [[\text{Cd(NH}_3)_4]^{2+}]_{\text{eq}}}{[\text{Cd(OH)}_2]_{\text{eq}} \times [\text{NH}_3]_{\text{eq}}^4 \times (C^\circ)^2}$

(e)  $K^\circ = \frac{[\text{HO}^-]_{\text{eq}}^2 \times [[\text{Cd(NH}_3)_4]^{2+}]_{\text{eq}} \times C^\circ}{[\text{NH}_3]_{\text{eq}}^4}$

(c)  $K^\circ = \frac{[\text{HO}^-]_{\text{eq}}^2 \times [[\text{Cd(NH}_3)_4]^{2+}]_{\text{eq}} \times (C^\circ)^2}{[\text{Cd(OH)}_2]_{\text{eq}} \times [\text{NH}_3]_{\text{eq}}^4}$

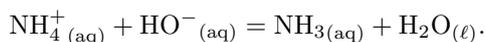
(f)  $K^\circ = \frac{[\text{NH}_3]_{\text{eq}}^4 \times C^\circ}{[\text{HO}^-]_{\text{eq}}^2 \times [[\text{Cd(NH}_3)_4]^{2+}]_{\text{eq}}}$

.....

**Entraînement 12.4 — Expression et calcul de la constante d'équilibre.**



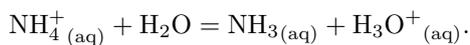
On considère la réaction acide-base entre le chlorure d'ammonium ( $\text{NH}_4^+$  ;  $\text{Cl}^-$ ) et l'hydroxyde de sodium ( $\text{Na}^+$  ;  $\text{HO}^-$ ) :



a) En utilisant la loi d'action de masse, exprimer la constante d'équilibre  $K^\circ$  de la réaction en fonction des activités des différentes espèces physico-chimiques intervenant dans la réaction.

.....

b) La constante d'acidité  $K_A$  du couple  $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$  est la constante d'équilibre de la réaction



Exprimer  $K_A$  en fonction des activités des espèces pertinentes .....

c) La constante d'autoprotolyse de l'eau  $K_e$  est la constante d'équilibre de la réaction



Exprimer  $K_e$  en fonction des activités des espèces pertinentes .....

d) Donner l'expression de  $K^\circ$  en fonction de  $K_A$  et  $K_e$  .....

e) À 25 °C, on donne  $\text{p}K_A = -\log_{10}(K_A) = 9,25$  et  $\text{p}K_e = -\log_{10}(K_e) = 14$ .

Calculer  $K^\circ$  .....

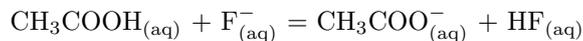
# Composition finale d'un système siège d'une réaction chimique



## Entraînement 12.5 — Sens d'évolution d'une réaction.



On considère la transformation d'équation :



dont la constante d'équilibre à 25 °C est  $K^\circ = 10^{-1,6}$ .

On réalise cette réaction en partant de différentes concentrations initiales de réactifs et de produits.

Pour chacun des cas ci-dessous, déterminer le sens d'évolution de la réaction.

a)  $[\text{CH}_3\text{COOH}]_i = [\text{F}^-]_i = 1 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  et  $[\text{CH}_3\text{COO}^-]_i = [\text{HF}]_i = 0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

(a) sens direct

(c) pas d'évolution

(b) sens indirect

.....

b)  $[\text{CH}_3\text{COOH}]_i = [\text{F}^-]_i = [\text{CH}_3\text{COO}^-]_i = 1 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  et  $[\text{HF}]_i = 0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

(a) sens direct

(c) pas d'évolution

(b) sens indirect

.....

c)  $[\text{CH}_3\text{COOH}]_i = [\text{F}^-]_i = [\text{CH}_3\text{COO}^-]_i = [\text{HF}]_i = 1,0 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

(a) sens direct

(c) pas d'évolution

(b) sens indirect

.....

d)  $[\text{CH}_3\text{COOH}]_i = 8,0 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  et  $[\text{F}^-]_i = [\text{HF}]_i = 4,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$   
et  $[\text{CH}_3\text{COO}^-]_i = 2,0 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

(a) sens direct

(c) pas d'évolution

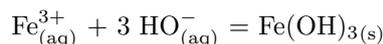
(b) sens indirect

.....

**Entraînement 12.6 — Détermination du réactif limitant.**



On considère la réaction entre les ions fer (III) et les ions hydroxyde, formant un précipité d'hydroxyde de fer  $\text{Fe}(\text{OH})_{3(s)}$ , aussi connu sous le nom de rouille. L'équation de la réaction est :



À l'instant initial, on mélange une solution de chlorure de fer (III) ( $\text{Fe}^{3+}$  ;  $3 \text{Cl}^-$ ) avec une solution de soude (hydroxyde de sodium ( $\text{Na}^+$  ;  $\text{HO}^-$ )) de sorte à obtenir les conditions suivantes :

	$\text{Fe}^{2+}$	$\text{Cl}^-$	$\text{Na}^+$	$\text{HO}^-$
<b>Quantité de matière initiale</b>	$3,0 \times 10^{-2}$ mol	$9,0 \times 10^{-2}$ mol	$6,0 \times 10^{-2}$ mol	$6,0 \times 10^{-2}$ mol

Déterminer le réactif limitant.

- a)  $\text{Fe}^{3+}_{(aq)}$ 
 b)  $\text{HO}^-_{(aq)}$ 
 c)  $\text{Fe}(\text{OH})_{3(s)}$ 
 d) Il n'y en a pas

.....

**Entraînement 12.7 — Transformation totale.**



On considère la réaction de combustion du butane à l'état gazeux suivante, ainsi que les concentrations initiales des réactifs :



	$\text{C}_4\text{H}_{10}$	$\text{O}_2$	$\text{CO}_2$	$\text{H}_2\text{O}$
<b>Quantité de matière initiale</b>	$n_1 = 0,10$ mol	$n_2 = 0,65$ mol	0 mol	0 mol

Sachant que la réaction est totale, déterminer :

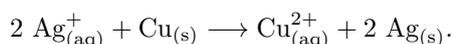
a) L'avancement maximal  $\xi_{\text{max}}$  pour cette transformation .....

b) La quantité de matière de dioxyde de carbone ( $\text{CO}_2$ ) à l'état final .....

**Entraînement 12.8 — Une autre transformation totale.**



On s'intéresse à la réaction des ions argent avec le cuivre selon l'équation de réaction :



Cette réaction est totale. On mélange initialement un volume  $V = 20$  mL d'une solution contenant des ions argent ( $\text{Ag}^+$ ) à la concentration  $C = 0,25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  avec une masse  $m = 0,254$  g de cuivre solide (Cu).

On donne la masse molaire du cuivre  $M_{\text{Cu}} = 63,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  et celle de l'argent  $M_{\text{Ag}} = 107 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

a) Quel est le réactif limitant ?

- a)  $\text{Ag}_{(aq)}^+$ 
 b)  $\text{Cu}_{(s)}$ 
 c) Il n'y en a pas

.....

b) À la fin de la réaction, la quantité de matière de  $\text{Cu}_{(s)}$  vaut :

- a) 1,5 mmol
  b) 2,5 mmol
  c) 0 mmol

.....

**Entraînement 12.9 — Loi d'action de masse et composition à l'équilibre.**



À l'instant initial, on mélange un volume  $V_1$  d'une solution aqueuse d'ions benzoate ( $\text{PhCOO}^-$ ) à la concentration  $C_1$  et un volume  $V_2$  d'une solution aqueuse d'ions oxonium ( $\text{H}_3\text{O}^+$ ) à la concentration  $C_2$ .

On donne l'équation de la réaction et son tableau d'avancement en quantité de matière :

	$\text{PhCOO}^-_{(\text{aq})}$	+	$\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$	=	$\text{PhCOOH}_{(\text{s})}$	+	$\text{H}_2\text{O}_{(\ell)}$
<b>État initial</b>	$C_1V_1$		$C_2V_2$		0		excès
<b>État final</b>	$C_1V_1 - \xi$		$C_2V_2 - \xi$		$\xi$		excès

a) À l'aide de la loi d'action de masse, exprimer la constante d'équilibre  $K^\circ$  associée à cette réaction, en fonction de  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $C^\circ$  et  $\xi$ .

.....

b) En déduire l'équation du second degré permettant de déterminer la valeur de  $\xi$ .

.....

 **Entraînement 12.10 — Calcul de l'avancement à l'équilibre.**



Dans chacune des situations suivantes, une réaction se produit dans le sens direct. On indique que son l'avancement maximal est  $\xi_{v,\max} = 1,0 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

La loi d'action de masse donne l'équation dont est solution l'avancement volumique  $\xi_v$ .

Calculer  $\xi_v$ .

a)  $\xi_v^2(1 - K^\circ) + \xi_v K^\circ(C_1 + C_2) - K^\circ C_1 C_2 = 0$  avec  $\begin{cases} K^\circ = 2,0 \\ C_2 = 2C_1 = 1,0 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \end{cases}$

b)  $\xi_v^2 + \xi_v K^\circ C^\circ - K^\circ C_1 C^\circ = 0$  avec  $\begin{cases} K^\circ = 10^{-1,7} \\ C_1 = 1,0 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \end{cases}$  .....

## Autour des réactions acido-basiques

 **Entraînement 12.11 — pH d'une solution.**



La constante d'autoprotolyse de l'eau  $K_e = \frac{a(\text{HO}^-) \times a(\text{H}_3\text{O}^+)}{a(\text{H}_2\text{O})^2}$  vaut  $K_e = 10^{-14}$  à 25 °C.

Calculer le pH de la solution dans les cas suivants.

a) Une solution telle que  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 5,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  .....

b) Une solution telle que  $[\text{HO}^-] = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  .....

 **Entraînement 12.12 — Quelques combats de concentration.**



Pour chacun des cas suivants, déterminer quelle solution possède la plus grande concentration en ions oxonium.

a) Premier cas

(a) Une solution de pH = 1,0. (b) Une solution de pH = 2,0.

b) Deuxième cas

(a) Une solution avec  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 5,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ . (b) Une solution de pH = 3,0.

c) Troisième cas

(a) Une solution avec  $[\text{HO}^-] = 2,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .  
 (b) Une solution avec  $[\text{HO}^-] = 8,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

d) Quatrième cas

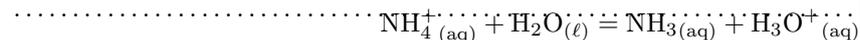
(a) Une solution avec  $[\text{HO}^-] = 1,0 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .  
 (b) Une solution de pH = 9,0.

.....

**Entraînement 12.13 — Constante d'acidité.**

b) Sachant qu'on a  $[\text{NH}_4^+] = 2,0 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  et  $[\text{NH}_3] = 1,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ , calculer le pH de la solution. On considère le couple  $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$ .

Sa constante d'acidité  $K_A$  est la constante d'équilibre de la réaction :



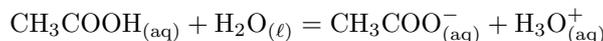
On donne  $K_A = 10^{-9,2}$  à 25 °C.

a) À l'aide de la loi d'action de masse, exprimer le pH en fonction de  $\text{p}K_A = -\log_{10}(K_A)$  ainsi que des concentrations  $[\text{NH}_4^+]$  et  $[\text{NH}_3]$ .

**Entraînement 12.14 — Équilibre acido-basique.**

On introduit un volume  $V = 20,0 \text{ mL}$  d'une solution d'acide éthanoïque  $\text{CH}_3\text{COOH}$  à la concentration  $C = 2,00 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  dans un bécher contenant un volume  $V' = 20,0 \text{ mL}$  d'eau distillée.

Un équilibre s'établit selon l'équation de réaction :



La constante d'équilibre de cette réaction est  $K_A = 10^{-4,8}$  à la température de l'expérience.

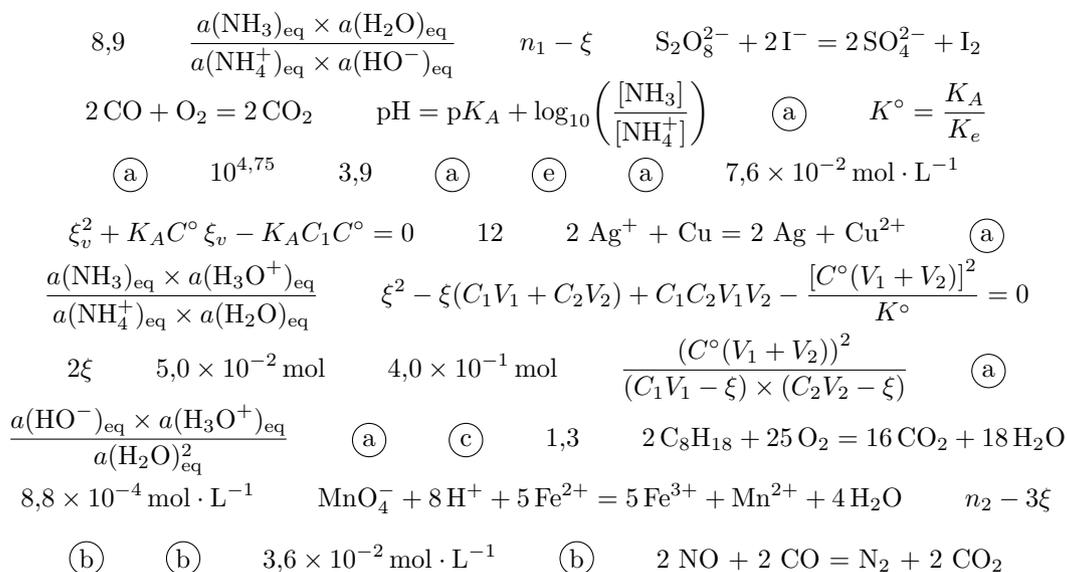
a) Établir l'équation du second degré vérifiée par l'avancement volumique  $\xi_v$  à l'état final d'équilibre

.....

b) Calculer  $[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{eq}}$  à l'équilibre. ....

c) En déduire le pH de la solution à l'équilibre. ....

### Réponses mélangées



► Réponses et corrigés page ??

## Chiffres significatifs et incertitudes

### Prérequis

- Les incertitudes sont à donner avec deux chiffres significatifs.
- Toutes les incertitudes fournies sont des incertitudes-type.

Ainsi, si le résultat d'une mesure de vitesse est de 30 mètres par seconde avec une incertitude-type de 1 mètre par seconde, on notera cette vitesse

$$v = (30,0 \pm 1,0) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

## Résultats numériques

### Entraînement 13.1 — Écriture scientifique.



Réécrire les nombres en utilisant l'écriture scientifique. On veillera à garder les chiffres significatifs.

- |                    |                      |                                 |                      |
|--------------------|----------------------|---------------------------------|----------------------|
| a) 31,5 .....      | <input type="text"/> | e) 2 023,9 .....                | <input type="text"/> |
| b) 0,001 9 .....   | <input type="text"/> | f) 7 300 .....                  | <input type="text"/> |
| c) 0,8120 .....    | <input type="text"/> | g) $330 \times 10^6$ .....      | <input type="text"/> |
| d) 1 600 002 ..... | <input type="text"/> | h) $70,22 \times 10^{-4}$ ..... | <input type="text"/> |

### Entraînement 13.2 — Combien de chiffres significatifs ?



Indiquer le nombre de chiffres significatifs des grandeurs mesurées suivantes :

- |  |                      |  |                      |
|--|----------------------|--|----------------------|
| a) une intensité électrique de 0,39 A. ... | <input type="text"/> | c) une vitesse de 12,250 km · h <sup>-1</sup> . .... | <input type="text"/> |
| b) une tension de 12,84 mV. ....           | <input type="text"/> | d) une longueur de 0,002 0 m. ....                   | <input type="text"/> |

### Entraînement 13.3 — Opérations et chiffres significatifs.



Effectuer les calculs en gardant le bon nombre de chiffres significatifs.

- a) Combien de kilomètres sont parcourus en 6,0 min par une voiture roulant à une vitesse moyenne  $v = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  ? .....
- b) Quel est le périmètre d'un rectangle de largeur 6 mm et de longueur 15 cm ? .....

Le gain d'un pont diviseur de tension vaut  $G = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ . On effectue le montage avec une résistance  $R_1 = 0,9 \text{ k}\Omega$  et d'une résistance  $R_2 = 100 \Omega$ .

- c) Que vaut le gain  $G$  ? .....

**Entraînement 13.4 — Incertitude et chiffres significatifs.**



Une mesure de focale donne pour résultat  $f' = 12,016\,835\,7$  cm avec une incertitude-type de  $32,316\,648\,2$  mm. Quel sera votre résultat numérique final ?

(a)  $f' = (12 \pm 3)$  cm

(c)  $f' = (12,0 \pm 3,2)$  cm

(b)  $f' = (120 \pm 65)$  mm

(d)  $f' = (120 \pm 33)$  mm

.....

## Propagation des erreurs

**Prérequis**

On considère deux grandeurs expérimentales indépendantes  $x$  et  $y$ , et  $z = f(x, y)$  une grandeur calculée.

L'incertitude-type  $u(z)$  est reliée à celles de  $x$  et  $y$  via les relations :

$$u(z)^2 = a^2 u^2(x) + b^2 u^2(y) \quad \text{si } z = ax + by$$

$$\left(\frac{u(z)}{z}\right)^2 = a^2 \left(\frac{u(x)}{x}\right)^2 + b^2 \left(\frac{u(y)}{y}\right)^2 \quad \text{si } z = cx^a y^b$$

où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des paramètres fixés.

**Entraînement 13.5 — Pour commencer.**



On mesure  $x = (10,0 \pm 0,2)$  m et  $y = (9,1 \pm 0,3)$  m.

Calculer :

a)  $x + y$  .....

b)  $x - y$  .....

c)  $x \times y$  .....

d)  $\frac{y}{x}$  .....

**Entraînement 13.6 — Dosage d'une solution.**



On dose une solution acide de concentration  $c_A$  inconnue. Le volume de solution dosée est  $V_A$ , et la solution utilisée pour le dosage est de concentration  $c_B$ . À l'équivalence, un volume  $V_B$  de base est versée et l'on a

$$c_A = \frac{c_B \times V_B}{V_A}$$

La base est préparée de sorte à avoir  $c_B = (100,0 \pm 2,0)$  mmol · L<sup>-1</sup>.

De plus, on mesure les volumes  $V_A = (20,00 \pm 0,10)$  mL et  $V_B = (11,80 \pm 0,10)$  mL

Quel résultat obtient-on pour  $c_A$  ? (en mmol · L<sup>-1</sup>) .....

**Entraînement 13.7 — Puissance électrique dans une résistance.**

On désire mesurer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance, donnée par  $\mathcal{P} = U \times I = RI^2$ .  
Donner la puissance (exprimée en watts) et son incertitude pour les mesures suivantes :

- a)  $U = (2,382 \pm 0,050) \text{ V}$  et  $I = (0,500 \pm 0,010) \text{ A}$  .....
- b)  $I = (0,500 \pm 0,010) \text{ A}$  et  $R = (4,70 \pm 0,14) \Omega$  .....
- c) Ces deux mesures sont-elles compatibles ?  
 (a) Oui (b) Non .....

**Entraînement 13.8 — Diamètre d'un tube.**

On mesure l'épaisseur d'un tube cylindrique au pied à coulisse.

Le diamètre intérieur du tube est  $d = (6,8 \pm 0,1) \text{ mm}$  et le diamètre extérieur  $D = (10,3 \pm 0,1) \text{ mm}$ .

- a) Exprimer l'épaisseur  $e$  du tube en fonction de  $d$  et  $D$ .  
 (a)  $\pi(D^2 - d^2)$  (b)  $\frac{D-d}{2}$  (c)  $\sqrt{D^2 + d^2}$  (d)  $\frac{d-D}{2}$  .....
- b) En déduire l'expression de l'incertitude-type sur l'épaisseur  $u(e)$  en fonction de  $D$ ,  $d$ ,  $u(d)$  et  $u(D)$ .  
 (a)  $\frac{1}{2}\sqrt{u^2(D) + u^2(d)}$  (c)  $\sqrt{u^2(D) + u^2(d)}$   
 (b)  $\sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(d)}{d}\right)^2}$  (d)  $\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(d)}{d}\right)^2}$  .....
- c) En déduire le résultat de la mesure de  $e$ .  
 (a)  $e = (1,75 \pm 0,07) \text{ mm}$  (c)  $e = (1,8 \pm 0,1) \text{ mm}$   
 (b)  $e = (1,75 \pm 0,10) \text{ mm}$  (d)  $e = (1,750 \pm 0,071) \text{ mm}$  .....

**Entraînement 13.9 — Analyse d'une figure de diffraction.**

On mesure la figure de diffraction obtenue en interposant un cheveu entre un écran et un laser. La distance entre le cheveu et l'écran est  $D = (3 \pm 10 \times 10^{-3}) \text{ m}$  la longueur d'onde du laser  $\lambda = (632,80 \pm 0,10) \text{ nm}$ , et l'on observe une tache de diffraction de largeur  $\ell = (5,10 \pm 0,30) \text{ cm}$ .

Le diamètre  $d$  du cheveu peut alors se déduire de ces mesures *via* la relation :

$$d = 2 \frac{\lambda D}{\ell}.$$

- a) Exprimer l'incertitude  $u(d)$  en fonction de  $d$ ,  $\lambda$ ,  $D$ ,  $\ell$ ,  
 et de  $u(\lambda)$ ,  $u(D)$  et  $u(\ell)$  .....
- b) Quel résultat obtient-on pour  $d$ ? (en  $\mu\text{m}$ ) .....

# Incertitudes expérimentales

## Entraînement 13.10 — Série de mesures.



On procède à  $n = 10$  mesures d'une tension. Le tableau ci-dessous recense les résultats :

Mesure n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_i$ (en V)	4,955	5,596	4,271	4,955	5,164	5,371	4,671	4,736	5,393	4,183

a) Que vaut la moyenne arithmétique  $m = \frac{1}{n} \sum_i U_i$  de la série ? .....

b) Calculer l'écart-type expérimental de la série  $\sigma_U = \sqrt{\frac{\sum_i (U_i - m)^2}{n - 1}}$  .....

L'incertitude-type de  $m$  est donnée par  $u(m) = \frac{\sigma_U}{\sqrt{n}}$ .

c) En déduire le résultat final de la mesure .....

## Entraînement 13.11 — Focométrie.



On procède à des mesures d'une distance focale (notée  $f'$ ) ; le tableau ci-dessous recense les résultats :

$f'$ (en cm)	24,6	24,5	25,1	25,1	25,3	25,4	24,9	24,8	24,9	25,4	25,3	24,9
--------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Donner le résultat final de la mesure .....

## Entraînement 13.12 — Résistances en série.



On dispose de  $n$  résistances identiques, dont l'incertitude relative est donnée à 1%. On les monte en série. Ainsi, la résistance totale est égale à la somme des résistances individuelles.

Quelle est l'incertitude relative pour la résistance totale lorsque  $n = 5$  ?

(a) 0,44%

(b) 1%

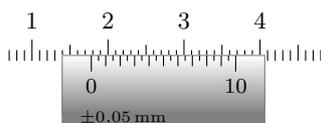
(c) 2,2%

.....

## Entraînement 13.13 — Mesure au pied à coulisse.



On mesure le diamètre  $d$  d'un fil de cuivre au pied à coulisse (on prendra  $u(d) = 0,050$  mm) :



a) Que vaut le diamètre ? .....

b) En déduire la section droite du fil (en  $\text{mm}^2$ ) .....

## Autour du z-score

### Prérequis

On appelle *écart normalisé* (ou *z-score*) entre deux grandeurs  $x_1$  et  $x_2$ , connues avec une incertitude type  $u(x_1)$  et  $u(x_2)$ , le nombre réel positif défini par

$$z = \frac{|x_2 - x_1|}{\sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2}}.$$

Par convention, les deux valeurs  $x_1$  et  $x_2$  sont dites compatibles si  $z \leq 2$ . Comme c'est un indicateur à comparer à 2, on ne garde qu'une décimale lors de sa détermination.

On utilise en particulier cette définition dans le cas où une des grandeurs, par exemple  $x_1$  peut être considérée comme une référence, avec une incertitude négligeable. On a alors  $u(x_1) \ll u(x_2)$  et la formule approchée plus simple :

$$z = \frac{|x_2 - x_1|}{u(x_2)}.$$

### Entraînement 13.14 — Z-scores et compatibilité.



Dans chaque situation, deux valeurs d'une même grandeur sont obtenues indépendamment.

Indiquer, en calculant leurs z-scores, si ces valeurs sont compatibles :

a) La vitesse du son dans l'air est déterminée expérimentalement à  $(349,0 \pm 2,3) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Une table de référence donne  $(344,08 \pm 0,69) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

(a) Oui, elles sont compatibles

(b) Non, elles ne le sont pas

.....

b) Une température est mesurée par deux groupes en TP. Le premier groupe obtient  $(52,900 \pm 0,060) ^\circ\text{C}$ , le second  $(53,100 \pm 0,060) ^\circ\text{C}$ .

(a) Oui, elles sont compatibles

(b) Non, elles ne le sont pas

.....

c) Une lentille est vendue pour avoir une focale de 25 cm. Lors d'une séance de TP, cette focale est mesurée à  $(24,05 \pm 0,85) \text{ cm}$ .

(a) Oui, elles sont compatibles

(b) Non, elles ne le sont pas

.....

### Réponses mélangées

(c) et (d)    (b)     $3,15 \times 10^1$     4    0,472 V    (a)     $(19,10 \pm 0,36)$  m  
 $(4,93 \pm 0,15)$  V    (a)     $(0,90 \pm 0,36)$  m     $(25,017 \pm 0,092)$  cm     $8,120 \times 10^{-1}$   
 5     $(74,4 \pm 4,4)$   $\mu$ m     $(1,175 \pm 0,059)$  W     $(1,191 \pm 0,035)$  W     $(1,780 \pm 0,050)$  mm  
 $(2,49 \pm 0,14)$  mm<sup>2</sup>    8,0 km     $1,9 \times 10^{-3}$      $(91,0 \pm 3,5)$  m<sup>2</sup>    (b)    (d)  
 (a)     $(59,0 \pm 1,4)$  mmol · L<sup>-1</sup>     $2,0239 \times 10^3$      $7,022 \times 10^{-3}$      $0,910 \pm 0,035$   
 2    2    31 cm     $3,30 \times 10^8$     (a)     $1,600\,002 \times 10^6$     4,9295 V  
 $d\sqrt{\left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(\ell)}{\ell}\right)^2}$      $1,0 \times 10^{-1}$     (b)     $7,300 \times 10^3$

► Réponses et corrigés page ??