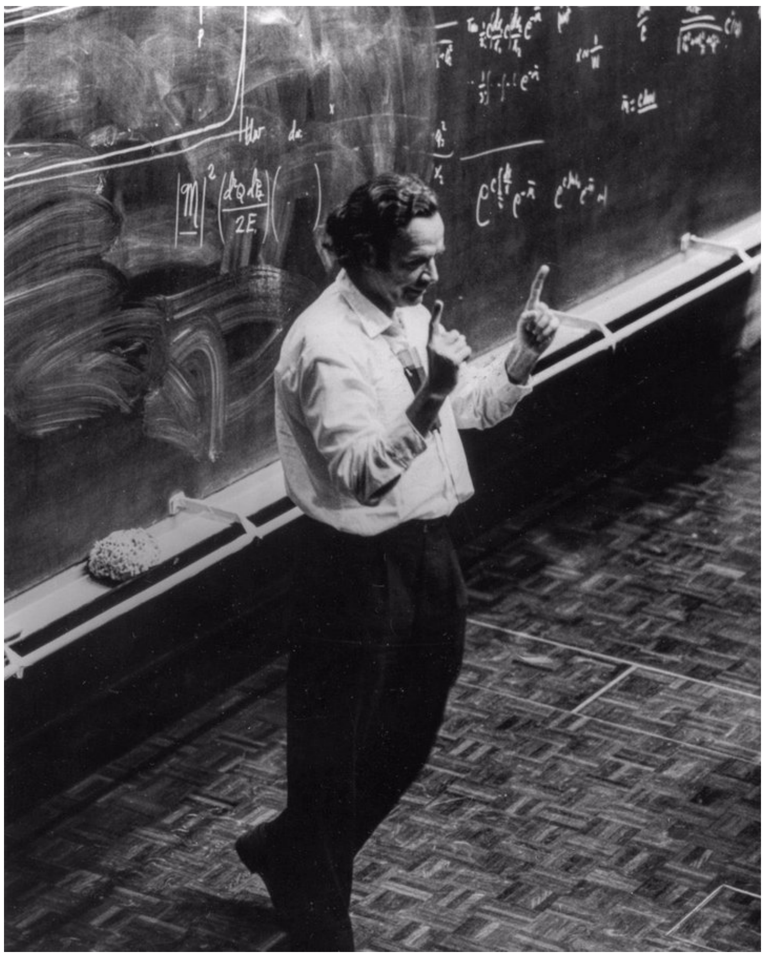
Cahier d’entraînement

— en physique-chimie —



Richard FEYNMAN (1918–1988)

Cette photo a été prise alors que Richard FEYNMAN donnait un cours au CERN en 1970.

Feynman est un physicien américain, l’un des plus influents de la seconde moitié du XX^{e} siècle, en raison notamment de ses travaux sur l’électrodynamique quantique, les quarks et l’hélium superfluide.

Il a notamment marqué l’histoire de la physique par ses cours, réputés passionnants.

Ce cahier d'entraînement a été écrit collectivement par des professeurs en classes préparatoires scientifiques.

Coordination

Colas Bardavid et Jimmy Roussel

Équipe des participants

Stéphane Bargot, Claire Boggio, Cécile Bonnand, Alexis Brès, Geoffroy Burgunder, Erwan Capitaine, Caroline Chevalier, Maxime Defosseux, Raphaëlle Delagrange, Alexis Drouard, Gaelle Dumas, Alexandre Fafin, Jean-Julien Fleck, Aéla Fortun, Florence Goutverg, Chahira Hajlaoui, Mathieu Hebding, Lucas Henry, Didier Hérisson, Jean-Christophe Imbert, Fanny Jospitre, Tom Kristensen, Emmanuelle Laage, Catherine Lavainne, Maxence Miguel-Brebion, Anne-Sophie Moreau, Louis Péault, Isabelle Quinot, Valentin Quint, Alain Robichon, Caroline Rossi-Gendron, Nancy Saussac, Anthony Yip

Le pictogramme de l'horloge a été créé par Ralf Schmitzer (The Noun Project).

Le pictogramme du bulldozer a été créé par Ayub Irawan (The Noun Project).

Version 1.0.3 — 31 mai 2023

Mode d'emploi

Comment utiliser ce cahier d'entraînement avant la rentrée de septembre 2023 ?

Ce document est extrait d'un travail collectif de professeurs de classes préparatoires, destiné à vous aider à préparer la rentrée de septembre 2023.
Les exercices qui ont été sélectionnés dans cet extrait sont tous des exercices de niveau terminale, mais particulièrement utiles pour préparer efficacement la première année de classes préparatoires.
Il est destiné à renforcer les réflexes utiles en physique.

Comment est-il organisé ?

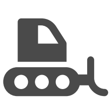
Le cahier est organisé en *fiches d'entraînement*, chacune correspondant à un thème issu du programme de première année d'enseignement supérieur.

Chaque fiche est composée d'une suite de petits exercices, appelés *entraînements*, dont le temps de résolution estimé est indiqué par une (), deux (), trois () ou quatre () horloges.

> Les corrigés sont tous fournis en fin de document, mais, comme vous le savez déjà, il est totalement inutile de regarder une correction sans avoir réellement passé du temps à rechercher réellement une question

Les exercices « bulldozer »

Certains entraînements sont accompagnés d'un pictogramme représentant un bulldozer.



Ces entraînements sont **basiques et transversaux**.

Les compétences qu'ils mettent en jeu ne sont pas forcément spécifiques au thème de la fiche et peuvent être transversales.

Ce pictogramme a été choisi car le bulldozer permet de construire les fondations, et que c'est sur des fondations solides que l'on bâtit les plus beaux édifices. Ces entraînements sont donc le gage pour vous d'acquérir un socle solide de savoir-faire.

Énoncés

Conversions

Prérequis
Unités du Système international. Écriture scientifique.

Unités et multiples

Entraînement 1.1 — Multiples du mètre.

Écrire les longueurs suivantes en mètre et en écriture scientifique.

a) 1 dm ......

b) 2,5 km ....

c) 3 mm .....

d) 7,2 nm ....

e) 5,2 pm ....

f) 13 fm .....

Entraînement 1.2 — Vitesse d'un électron.

La vitesse d'un électron est $v = \sqrt{\dfrac{2eU}{m_e}}$, où $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C est la charge d'un électron, $U = 0{,}150$ kV est une différence de potentiel et $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-28}$ g est la masse d'un électron.

a) Calculer v en m/s ....

b) Calculer v en km/h ....

Entraînement 1.3 — Avec des joules.

On considère la grandeur $T = 0{,}67\,\mathrm{kW}\cdot\mathrm{h}$. *On rappelle que* $1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{s}$.

Convertir T en joule, en utilisant le multiple le mieux adapté ....

Règle de trois et pourcentages

Entraînement 1.4 — Pourcentages.

Convertir en pourcentage :

a) 0,1 ....

b) 0,007 ....

c) $\dfrac{1}{2}$ ....

d) $\dfrac{1}{20}$ ....

e) $\dfrac{9}{5}$ ....

f) un quart de 2 % ....

Longueurs, surfaces et volumes

Entraînement 1.5 — Taille d'un atome.

La taille d'un atome est de l'ordre de 0,1 nm.

a) Quelle est sa taille en m (écriture scientifique) ? ....

b) Quelle est sa taille en m (écriture décimale) ? ....

Entraînement 1.6 — Avec des hectares.

La superficie de la France est de 672 051 km^2. L'île danoise de Bornholm (au nord de la Pologne) a une superficie de 589 km^2. Un hectare (ha) est la surface d'un carré de 100 m de côté.

Donner les superficies suivantes :

a) un hectare (en m^2) ....

b) un hectare (en km^2) ....

c) la France (en m^2) ....

d) la France (en ha) ....

e) Bornholm (en m^2) ....

f) Bornholm (en ha) ....

Entraînement 1.7 — Volume.

a) Peut-on faire tenir 150 mL d'huile dans un flacon de $2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^3$? ....

b) Peut-on faire tenir 1,5 L d'eau dans un flacon de $7{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^3$? ....

Signaux

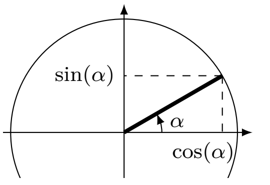
Prérequis
Fonctions trigonométriques.
Signaux périodiques (fréquence, période, pulsation, longueur d'onde, phase).

Autour des fonctions trigonométriques

Entraînement 2.1 — Cercle trigonométrique.

Sur le cercle trigonométrique ci-contre, $\cos(\alpha)$ se lit sur l'axe des abscisses et $\sin(\alpha)$ se lit sur l'axe des ordonnées.

Exprimer les fonctions suivantes en fonction de $\cos(\alpha)$ et $\sin(\alpha)$.



a) $\sin(\alpha + \pi)$ ....

b) $\cos(\alpha + \pi/2)$ ....

c) $\sin(\alpha + \pi/2)$ ....

d) $\sin(\pi/2 - \alpha)$ ....

Entraînement 2.2 — Dérivée de signaux.

Pour chaque signal ci-dessous, calculer sa dérivée par rapport à t.

a) $\sin(2t)$ ....

b) $\cos^2(t + 4)$ ....

c) $\cos(t) \times \sin(t)$ .....

Entraînement 2.3 — Transformer des sommes de signaux en produits.

On rappelle les formules trigonométriques :

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \qquad \sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$
$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \qquad \sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b).$$

Mettre les signaux suivants sous la forme $C\cos(\Omega t)\cos(\omega t)$ ou $C\sin(\Omega t)\sin(\omega t)$ (où les constantes C, Ω et ω s'exprimeront en fonction de A, ω_1 et ω_2).

a) $A\cos(\omega_1 t) + A\cos(\omega_2 t)$ ....

b) $A\cos(\omega_1 t) - A\cos(\omega_2 t)$ ....

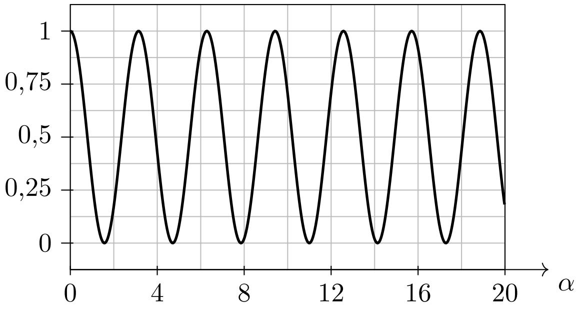
Entraînement 2.4 — Formules d'addition.

Mettre le signal $A\sin(\omega t+\varphi)$ sous la forme $B\cos(\omega t)+C\sin(\omega t)$, où B et C dont des constantes à exprimer en fonction de A et φ.

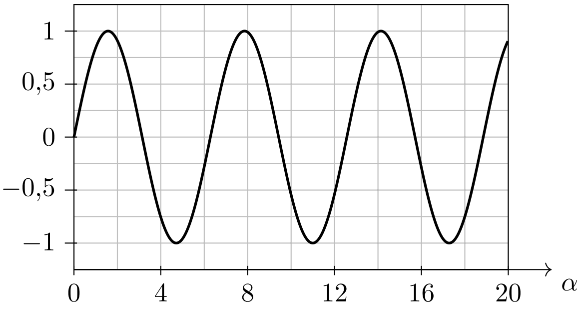
....

Entraînement 2.5 — Représentations graphiques.

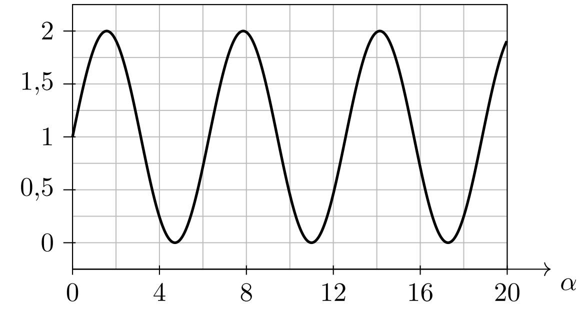
courbe 1



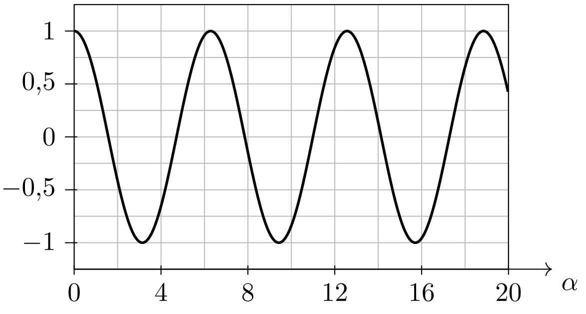
courbe 2



courbe 3



courbe 4



Pour les quatre graphiques ci-dessus, α est exprimé en radians.

Associer chaque fonction à sa courbe représentative.

a) $\sin(\alpha)$ ....

b) $\cos(\alpha)$ ....

c) $1+\sin(\alpha)$ ....

d) $\cos^2(\alpha)$ ....

Entraînement 2.6 — Formules trigonométriques.

Le signal $\cos(\omega t)+\sin(\omega t)$ peut s'écrire sous la forme :

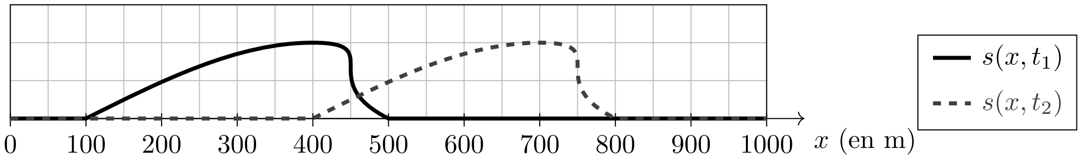
(a) $\cos^2(\omega t+\pi/4)$ (b) $2\cos(\omega t+\pi/4)$ (c) $\sqrt{2}\sin(\omega t+\pi/4)$

....

Propagation d'un signal

Entraînement 2.7 — Vitesse de propagation.

Une vague $s(x,t)$ se propage en direction des côtes. Ci-dessous, on représente l'allure de la surface de l'eau aux instants $t_1 = 0\,\text{min}$ et $t_2 = 1\,\text{min}$.



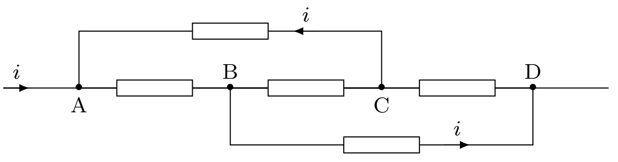
Déterminer la vitesse de propagation de la vague en km/h. ....

Étude des circuits électriques I

Prérequis
Lois des nœuds. Loi des mailles. Loi d'Ohm. Montages diviseurs.
Constantes utiles
→ nombre d'Avogadro : $N_{\mathrm{A}} = 6{,}0 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$
→ charge élémentaire : $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$

Autour du courant électrique

Entraînement 3.1 — Loi des nœuds.



Les courants indiqués sur le schéma ci-dessus sont algébriques.

En utilisant la loi des nœuds, déterminer en fonction de i les courants suivants (on note i_{AB} le courant qui va de A vers B, etc) :

a) i_{AB} ....

b) i_{BC} ....

c) i_{CD} ....

Autour de la tension électrique

Loi d'Ohm

Résoudre une équation électrique

Entraînement 3.2

Dans l'entraînement précédent, les grandeurs i et i_1 vérifient le système $\begin{cases} Ri + 4Ri_1 = 4E \\ 13Ri - 12Ri_1 = 4E \end{cases}$

a) Déterminer i en fonction de E et R. ....

b) Déterminer i_1 en fonction de E et R. ....

Réponses mélangées

$0 \qquad \dfrac{E}{R} \qquad i \qquad 2i \qquad \dfrac{3E}{4R}$

▶ Réponses et corrigés page 41

Étude des circuits électriques II

Circuits du premier ordre

On dit qu'un circuit est *du premier ordre* quand il est régi par une équation différentielle qui se met sous la forme canonique suivante :

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}x(t) = f(t) \qquad (*)$$

où τ est la constante de temps représentative de la durée du régime transitoire.

Quand l'équation différentielle est écrite comme dans $(*)$, on dit qu'elle est *sous forme canonique*.

Entraînement 4.1 — Allez, on s'entraîne !

N'oubliez pas d'exprimer une solution particulière avant d'appliquer les conditions initiales !

a) Résoudre $\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau}u_C(t) = \dfrac{E}{\tau}$ avec $u_C(0) = 0$ ....

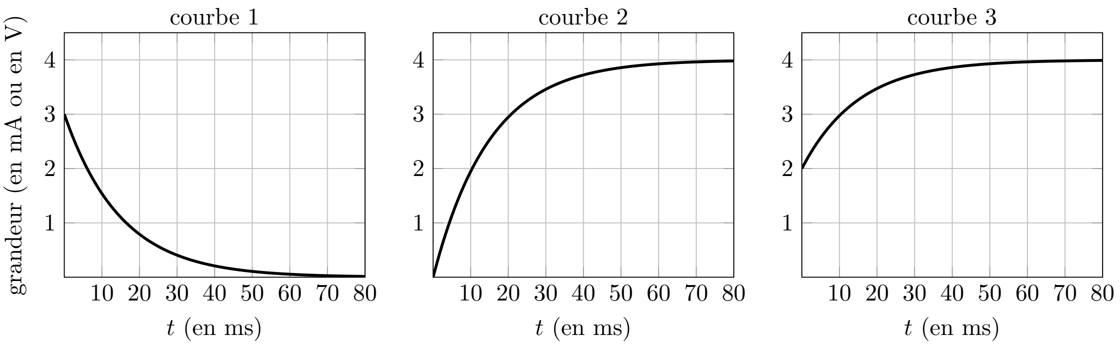
b) Résoudre $\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau}i(t) = 0$ avec $i(0) = \dfrac{E}{R}$ ....

c) Résoudre $\dfrac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau}u(t) = \dfrac{E}{2\tau}$ avec $u(0) = \dfrac{E}{2}$ ....

Entraînement 4.2 — Analyse de courbes.

Les graphes ci-dessous représentent l'évolution de trois grandeurs au cours du temps :

- deux tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$;
- une intensité $i(t)$.



a) On a

$$u_1(t) = E_1\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right).$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1 (b) courbe 2 (c) courbe 3

. . . .

b) On a

$$u_2(t) = E_2\left(1 - \frac{\mathrm{e}^{-t/\tau}}{2}\right).$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1 (b) courbe 2 (c) courbe 3

. . . .

c) On a

$$i(t) = \frac{E_1}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}.$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1 (b) courbe 2 (c) courbe 3

. . . .

Déterminer les valeurs numériques de :

d) E_1 . . . .

e) E_2 . . . .

f) R . . . .

Réponses mélangées

b $\quad 1{,}3\,\mathrm{k\Omega} \quad 4\,\mathrm{V}$ $\quad$ c $\quad i(t) = \dfrac{E}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$

$4\,\mathrm{V}$ $\quad$ a $\quad u_C(t) = \dfrac{1}{2}E \quad u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$

▶ Réponses et corrigés page 42

Énergie et puissance électriques

Prérequis
Puissance électrique. Relation puissance-énergie. Expressions des énergies stockées dans une bobine et dans un condensateur. Effet Joule.

Pour commencer

Entraînement 5.1 — Puissance et énergie.

Le chargeur d'un téléphone portable consomme une puissance de 5 W. La charge complète de la batterie (à partir d'une batterie vide) prend 55 min.

Calculer l'énergie E contenue dans la batterie :

a) en joules ....

b) en watt-heures ($\mathrm{W \cdot h}$) ....

Entraînement 5.2 — Voiture de série contre Formule 1.

Les voitures de courses « Formule 1 » sont des véhicules hybrides : elles possèdent à la fois un moteur thermique et un moteur électrique. On souhaite comparer le moteur électrique d'une Formule 1 à celui d'une simple voiture de série.

On donne les informations suivantes :

	Hyundai Ioniq 6	Formule 1
Capacité batterie	77,4 kW · h	4 MJ
Puissance moteur	239 kW	160 cv
Consommation moyenne	15,1 kWh/100km	

On indique que $1\,\mathrm{cv} = 0{,}735\,\mathrm{kW}$.

a) Calculer l'autonomie en km de la batterie de la Hyundai Ioniq 6 ....

b) Quel véhicule possède la batterie de plus grande capacité ? ....

c) Quel véhicule possède le moteur électrique le plus puissant ? ....

Réponses mélangées

4,6 W · h   513 km   Hyundai Ioniq 6   16,5 kJ   Hyundai Ioniq 6

► Réponses et corrigés page 44

Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes

Prérequis
Lois de Snell-Descartes. Notions de base sur les ondes lumineuses et leur propagation dans un milieu. Notions de base de géométrie concernant les angles.

Constantes utiles
→ célérité de la lumière dans le vide : $c = 3{,}00 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
→ constante de Planck : $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$

Lois de Snell-Descartes

Entraînement 6.1 — Conversions d'angles.

Soit α_{rad} la mesure d'un angle en radians, α_{deg} sa mesure en degrés et α_{min} sa mesure en minutes d'angle.

a) Exprimer α_{rad} en fonction de α_{deg}. ....

b) Exprimer α_{min} en fonction de α_{deg}. ....

Entraînement 6.2 — Conversions d'angles — *bis*.

a) $\alpha = 35{,}65°$. Exprimer α en degrés et en minutes d'angle. ....

b) $\beta = 98°15'$. Exprimer β en radians. ....

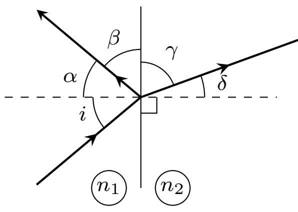
c) $\gamma = 1{,}053\,\mathrm{rad}$. Exprimer γ en degrés et en minutes d'angle. ....

Entraînement 6.3 — Un rayon incident sur un dioptre.

On considère un rayon incident arrivant sur un dioptre séparant deux milieux d'indice respectif n_1 et n_2.

Ce rayon fait un angle i avec la normale au dioptre.

Tous les angles figurant sur le schéma sont non orientés.



Exprimer chacun des angles suivants en fonction de i et/ou de n_1 et n_2 (en radians) :

a) α ....

b) β ....

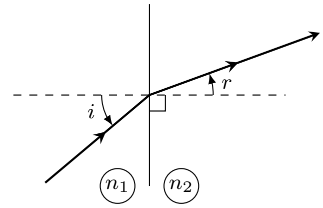
c) δ ....

d) γ ....

Entraînement 6.4 — Un autre rayon incident sur un dioptre.

On considère un rayon incident arrivant sur un dioptre séparant deux milieux d'indice respectif n_1 et n_2. Ce rayon fait un angle i avec la normale au dioptre alors que le rayon réfracté fait un angle r.

On donne $n_1 = 1{,}00$ et $n_2 = 1{,}45$.



a) Pour $i = 24{,}0°$, que vaut r en degré ? ....

b) Pour $i = 6{,}74 \times 10^{-1}$ rad, que vaut r en degré ? ....

c) Pour $r = 15{,}0°$, que vaut i en degré ? ....

Sources lumineuses

Entraînement 6.5 — Propagation de la lumière.

Un laser vert émet une radiation lumineuse de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532\,\text{nm}$. Calculer :

a) La fréquence de l'onde ....

b) L'énergie d'un photon ....

Entraînement 6.6

Une radiation lumineuse de longueur d'onde λ_0 passe du vide vers un milieu transparent d'indice n.

Quelles quantités sont inchangées ?

(a) La longueur d'onde

(b) L'énergie d'un photon

(c) La vitesse de propagation

(d) La fréquence de l'onde

....

Entraînement 6.7 — Propagation dans un milieu.

Un laser de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532\,\text{nm}$ se propage dans de l'eau, assimilée à un milieu transparent d'indice optique $n = 1{,}33$.

Donner la valeur numérique dans l'eau de :

a) La vitesse de la lumière. ....

b) La longueur d'onde. ....

Réponses mélangées

$\dfrac{\pi}{2} - i$	$\arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)$	$564\,\mathrm{THz}$	i	$3{,}74 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$	$35°39'$
$2{,}26 \times 10^{8}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$	$\dfrac{\pi}{2} - \arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)$	$1{,}715\,\mathrm{rad}$	$\dfrac{\pi}{180} \times \alpha_{\mathrm{deg}}$		
$60 \times \alpha_{\mathrm{deg}}$	$25{,}5°$	$16{,}3°$	b et d	$60°20'$	$400\,\mathrm{nm}$
$22{,}0°$					

► Réponses et corrigés page 45

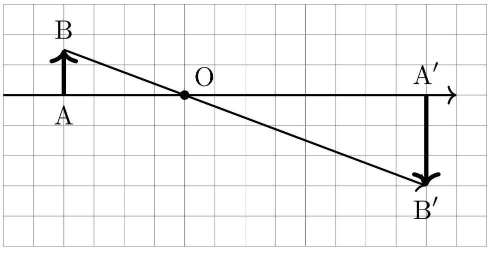
Lentilles

Prérequis
Propriétés des lentilles minces dans les conditions de Gauss. Vergence.
Relations de conjugaison des lentilles minces.

Grandeurs algébriques

Entraînement 7.1 — Configuration de Thalès et grandissement.

On considère la situation représentée sur le schéma ci-dessous.



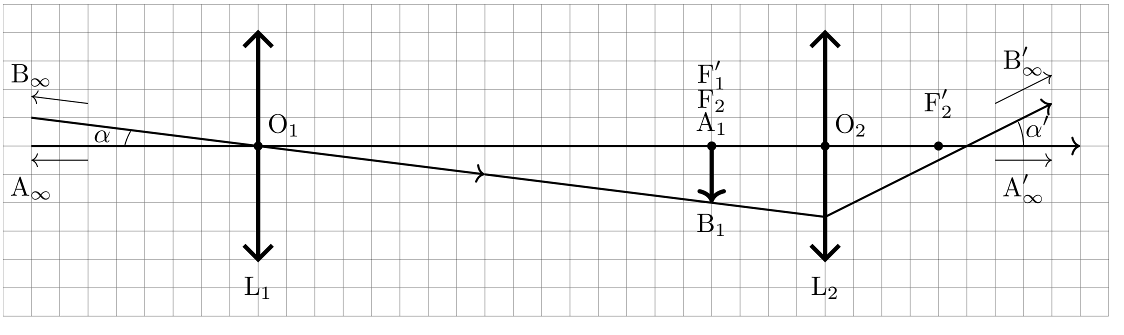
On note $\overline{x}$ la valeur algébrique de la longueur x et on définit le grandissement γ par la relation :

$$\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}}.$$

a) Donner la relation reliant $\overline{\mathrm{OA}}$, $\overline{\mathrm{OA'}}$, $\overline{\mathrm{AB}}$ et $\overline{\mathrm{A'B'}}$ ....

b) Déterminer la valeur numérique de γ ....

Entraînement 7.2 — Schéma optique d'une lunette astronomique afocale.



Le schéma ci-dessus modélise une lunette astronomique afocale, où un carreau correspond à une longueur réelle de 2,5 cm.

Calculer les distances algébriques suivantes :

a) $\overline{O_1F_1'}$ ....

b) $\overline{O_2F_2}$ ....

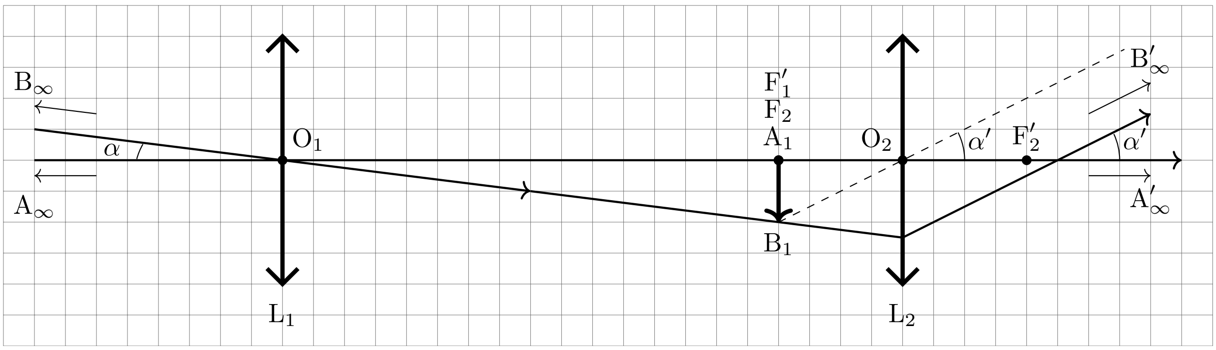
c) $\overline{O_2O_1}$ ....

d) $\overline{A_1F_2'}$ ....

Entraînement 7.3 — Grossissement d'une lunette astronomique afocale.

On considère la lunette astronomique afocale schématisée dans l'entraînement précédent.

Elle est constituée d'un objectif (lentille convergente L_1) et d'un oculaire (lentille convergente L_2) alignés sur le même axe optique.



On introduit les grandeurs suivantes :

- la distance focale image de l'objectif, notée f_1'
- la distance focale image de l'oculaire, notée f_2'
- l'objet lointain observé par la lunette, noté $\overline{\mathrm{A}_\infty\mathrm{B}_\infty}$
- l'image intermédiaire de l'objet par l'objectif, notée $\overline{\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1}$
- l'image à l'infini de l'image intermédiaire par l'oculaire, notée $\overline{\mathrm{A}'_\infty\mathrm{B}'_\infty}$
- le diamètre apparent α de l'objet
- le diamètre apparent α' de l'image

On définit le grossissement de la lunette, noté G, comme le rapport du diamètre apparent de l'objet observé à la lunette sur le diamètre apparent réel de l'objet.

Autrement dit, on pose

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

Dans cet entraînement, les angles ne seront pas orientés et on travaillera avec des longueurs plutôt que des valeurs algébriques.

a) Exprimer α en fonction de $\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1$ et d'une distance focale.

....

b) Exprimer α' en fonction de $\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1$ et d'une distance focale.

....

c) Exprimer G en fonction de f_1' et de f_2'.

....

d) Déterminer la valeur de G.

....

Modèle de la lentille mince

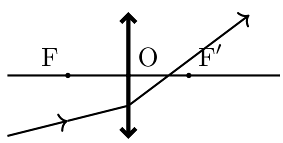
Entraînement 7.4 — Déviation de rayons lumineux.

On rappelle les propriétés suivantes :

- Un rayon passant par le centre optique de la lentille n'est pas dévié.
- Un rayon incident dont la direction passe par le foyer objet émerge parallèle à l'axe optique principal.
- Un rayon parallèle à l'axe optique principal émerge avec une direction passant par le foyer image.

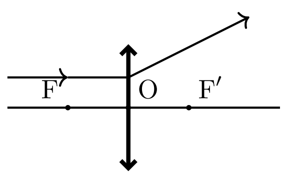
Pour chacun des schémas suivants, préciser s'ils sont corrects ou incorrects.

a)



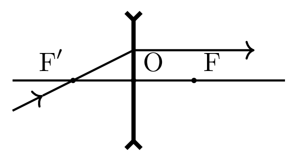
....

b)



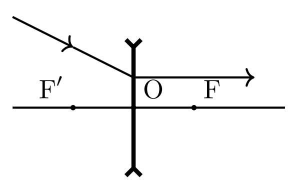
....

c)



....

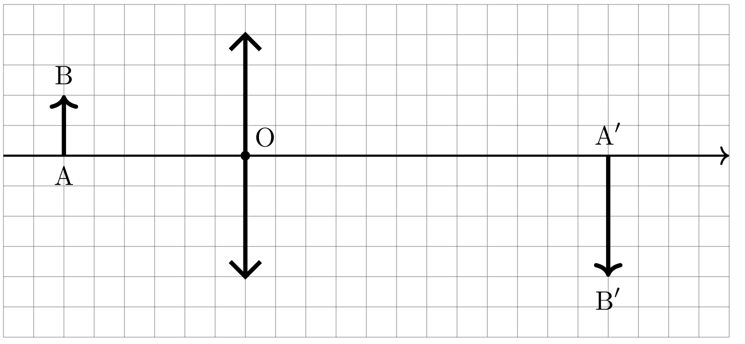
d)



....

Entraînement 7.5 — Construction de rayons lumineux.

On considère le schéma suivant montrant un objet $\overline{AB}$ et son image $\overline{A'B'}$ par une lentille convergente.



On donne l'échelle du schéma : 8 carreaux sur le schéma correspondent à 10 cm en réalité.

a) Déterminer graphiquement la distance focale de la lentille ....

b) Calculer la vergence de la lentille ....

Entraînement 7.6 — Batailles de convergence.

Quelle est la lentille la plus convergente ?

(a) une lentille de vergence $+8{,}0\ \delta$

(b) une lentille de focale image $+8{,}0\,\text{cm}$

(c) une lentille de focale objet $-10{,}0\,\text{cm}$

(d) une lentille de focale image $-8{,}0\,\text{cm}$

....

Conjugaison par une lentille mince

Entraînement 7.7 — Relation de conjugaison au centre optique.

Un objet lumineux est placé au point A, à 15,0 cm devant une lentille mince convergente de centre optique O et de distance focale $f' = 4{,}0\,\text{cm}$.

On rappelle la relation de conjugaison aux sommets de Descartes qui permet de faire le lien entre la position $\overline{OA}$ de l'objet et la position $\overline{OA'}$ de l'image :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}.$$

a) Exprimer $\overline{OA'}$ en fonction de $\overline{OA}$ et f' ....

b) Exprimer $\overline{OA}$ en fonction de $\overline{OA'}$ et f' ....

c) Exprimer f' en fonction de $\overline{OA}$ et $\overline{OA'}$ ....

d) L'image est-elle située avant ou après le centre optique O ? ....

Entraînement 7.8 — Grandissement.

Un système optique donne d'un objet, une image dont le grandissement est le suivant : $\gamma = -2{,}0$.

a) Par rapport à l'objet, cette image est :

(a) rétrécie (b) agrandie

....

b) Par rapport à l'objet, cette image est :

(a) droite (b) renversée

....

Réponses mélangées

Incorrect | (b) | $+20\ \delta$ | $\dfrac{\overline{OA} \times \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$ | $\dfrac{\overline{OA'} \times f'}{f' - \overline{OA'}}$ | $20\,\text{cm}$ | 4 | Correct

Correct | $\dfrac{\overline{A_1B_1}}{f'_1}$ | $\dfrac{\overline{A_1B_1}}{f'_2}$ | Incorrect | $\dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ | -2 | $\dfrac{f'_1}{f'_2}$

$-50\,\text{cm}$ | (b) | (b) | $-10\,\text{cm}$ | $\dfrac{\overline{OA} \times \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}$ | $5{,}0\,\text{cm}$ | $40\,\text{cm}$ | après

► Réponses et corrigés page 47

Cinématique

Prérequis
Produit scalaire. Équations différentielles d'ordre 1. Projections de vecteurs.

Déplacements rectilignes

Entraînement 8.1 — Distance et temps de parcours.

Une voiture se déplace en ligne droite à $90\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

Toutes les réponses seront exprimées en « heures-minutes-secondes », par exemple « 2 h 32 min 12 s ».

a) Combien de temps faut-il à cette voiture pour parcourir 100 km ? ....

b) Quel serait l'allongement du temps de trajet si elle roulait à $80\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$? ....

Entraînement 8.2 — Distance parcourue.

Une voiture se déplace en ligne droite. Initialement à l'arrêt, elle subit une accélération constante valant a_0 pendant une durée τ_1, puis continue à vitesse constante pendant une durée τ_2.

a) Quelle est la vitesse v_1 du véhicule à la date $t = \tau_1$? ....

b) Quelle est la distance parcourue durant τ_1 ? ....

c) Quelle est la distance totale parcourue en fonction de a_0, τ_1 et τ_2 ? ....

Entraînement 8.3 — Distance de freinage.

Une voiture roule à $110\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ en ligne droite. En supposant que les freins imposent une décélération constante de norme $a = 10\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, déterminer la distance d'arrêt de la voiture.

(a) 37,8 m (b) 46,7 m (c) 55,9 m (d) 63,5 m

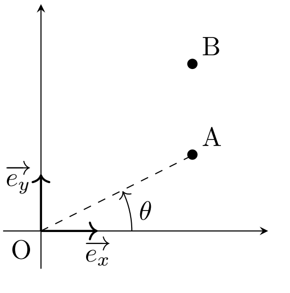
....

Coordonnées et projections de vecteurs

Entraînement 8.4 — Composantes de vecteurs.

On considère deux points A et B tels que la droite (AB) est parallèle à la droite (Oy). Le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ fait un angle θ avec l'axe (Ox).

Exprimer les composantes des vecteurs suivants dans le repère $(\mathrm{O}, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$ en fonction de $a = \|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\|$, $b = \|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\|$ et de l'angle θ.



a) $\overrightarrow{OA}$ ....

b) $\overrightarrow{OB}$ ....

c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ ....

d) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ ....

Entraînement 8.5 — Jouons au tennis.

Un élève regarde un match de tennis. Il filme un des échanges et décide d'étudier le mouvement de la balle pour en déduire sa vitesse et son accélération.

Pour cela, il utilise un logiciel d'exploitation de vidéo et remplit le tableau suivant :

t (en s)	0	0,05	0,10	0,15	0,20
x (en m)	0	0,35	0,70	1,05	1,40
y (en m)	1,5	2,09	2,66	3,21	3,74

a) Déterminer la vitesse v_0 (en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$) de la balle à l'instant initial ....

b) Déterminer l'accélération (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) de la balle à l'instant initial ....

Étude de quelques mouvements

Entraînement 8.6 — Chute libre.

On considère le point M de masse m et de coordonnées (x, y, z) dans la base cartésienne $(\mathrm{O}, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$.

Il est lancé avec la vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_{0x}\overrightarrow{e_x} + v_{0z}\overrightarrow{e_z}$ à partir de l'origine O du repère dans le champ de pesanteur uniforme $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{e_z}$.

Tout frottement étant négligé, l'accélération de M est égale à $\overrightarrow{g}$ à tout instant.

a) Exprimer $x(t)$ en fonction de v_{0x} et t ....

b) Exprimer $z(t)$ en fonction de v_{0z}, g et t ....

c) En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire z en fonction de x,
c'est-à-dire une relation entre $x(t)$ et $z(t)$ ....

Réponses mélangées

$-b\overrightarrow{e_y}$ $\quad$ $8{,}0\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ $\quad$ $-\dfrac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t$ $\quad$ $a_0 \times \tau_1 \times \left(\dfrac{\tau_1}{2} + \tau_2\right)$

$\dfrac{a_0 \times {\tau_1}^2}{2}$ $\quad$ b $\quad$ $49{,}4\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$ $\quad$ $v_{0x}t$ $\quad$ $z = -\dfrac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \dfrac{v_{0z}}{v_{0x}}x$

$a\left(2\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \left(2\sin(\theta) + \dfrac{b}{a}\right)\overrightarrow{e_y}\right)$ $\quad$ 1 h 6 min 40 s $\quad$ $a_0 \times \tau_1$

8 min 20 s $\quad$ $a(\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \sin(\theta)\overrightarrow{e_y})$ $\quad$ $a\left(\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \left(\sin(\theta) + \dfrac{b}{a}\right)\overrightarrow{e_y}\right)$

▶ Réponses et corrigés page 50

Principe fondamental de la dynamique

Prérequis
Projections. Coordonnées polaires. Équations différentielles simples.

Pour commencer

Entraînement 9.1 — Quelques équations différentielles.

Résoudre les équations différentielles suivantes, sachant que $v = 0$ à $t = t_0$, et que les paramètres a_0 et k sont des constantes.

a) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a_0$ ....

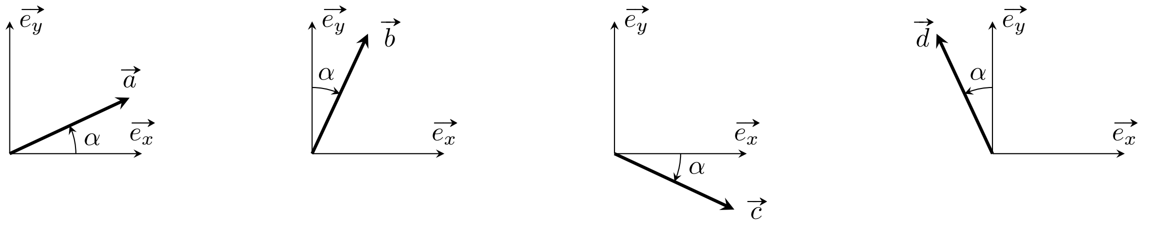
b) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kv$ ....

c) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kv + a_0$ ....

Décomposition de vecteurs

Entraînement 9.2 — Des projections.

On considère les vecteurs suivants :



Décomposer dans la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$ les vecteurs :

a) $\overrightarrow{a}$ ....

b) $\overrightarrow{b}$ ....

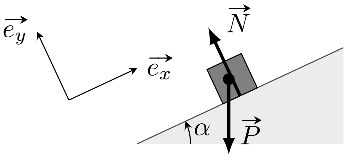
c) $\overrightarrow{c}$ ....

d) $\overrightarrow{d}$ ....

Entraînement 9.3 — Sur un plan incliné.

On considère la situation représentée ci-contre.

Décomposer dans la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$ les vecteurs suivants.



a) $\overrightarrow{P}$ ....

b) $\overrightarrow{N}$ ....

Entre accélération et position

Entraînement 9.4 — Du vecteur position au vecteur accélération.

On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cartésiennes dans la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ sont, à chaque instant $x(t) = \frac{1}{2}a_0t^2 + x_0$, $y(t) = -v_0t$ et $z(t) = z_0$.

Donner les expressions du vecteur :

a) position ......

b) vitesse ....

c) accélération ..

Entraînement 9.5 — Du vecteur accélération au vecteur position.

On considère un point M de masse m en chute libre soumis à son poids $\overrightarrow{P} = mg\overrightarrow{e_z}$. Ce point M a été lancé avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_x}$ et une position initiale $\mathrm{M}_0\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Donner l'expression des vecteurs :

a) accélération ....

b) vitesse ....

c) position ....

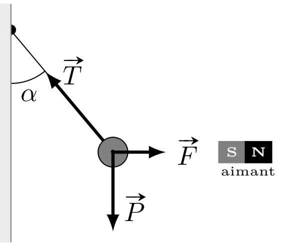
Étude de systèmes en équilibre

Entraînement 9.6 — Tension d'un fil.

Une bille d'acier de poids $P = 2{,}0\,\mathrm{N}$, fixée à l'extrémité d'un fil de longueur $\ell = 50\,\mathrm{cm}$ est attirée par un aimant exerçant une force $F = 1{,}0\,\mathrm{N}$. À l'équilibre, le fil s'incline d'un angle α et l'on a

$$\vec{T} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0},$$

où $\vec{T}$ est la tension exercée par le fil.



Calculer les valeurs numériques de :

a) la tension T du fil ....

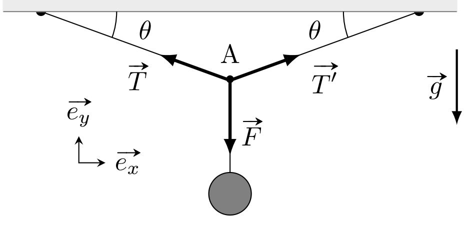
b) l'angle α (en radian) ....

Entraînement 9.7 — Masse suspendue.

Un objet qui pèse $800\,\mathrm{N}$ est suspendu en équilibre à l'aide de deux cordes symétriques qui font un angle $\theta = 20°$ avec la direction horizontale.

Le point A est soumis à trois forces :

$$\vec{T}, \vec{T'} \text{ et } \vec{F}.$$



On note $\vec{R}$ la résultante des forces.

a) Exprimer la composante horizontale R_x en fonction de T, T' et θ. ....

b) Exprimer la composante verticale R_y en fonction de T, T', F et θ. ....

c) Déterminer la tension T en résolvant l'équation $\vec{R} = \vec{0}$. ....

Mouvements rectilignes

Entraînement 9.8 — Chute avec frottement.

Un corps de masse $m = 2\,\mathrm{kg}$ tombe verticalement avec une accélération de $a = 9\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Lors de sa chute il subit la force de pesanteur ainsi qu'une force de frottement due à l'air.

On prendra $g = 9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ pour l'intensité du champ de pesanteur.

Combien vaut l'intensité de la force de frottement ? ....

Réponses mélangées

0 $\quad \left(\dfrac{1}{2}a_0t^2 + x_0\right)\overrightarrow{e_x} - v_0t\overrightarrow{e_y} + z_0\overrightarrow{e_z}$ $\quad v_0\overrightarrow{e_x} + gt\overrightarrow{e_z}$ $\quad N\overrightarrow{e_y}$ $\quad c\cos(\alpha)\overrightarrow{e_x} - c\sin(\alpha)\overrightarrow{e_y}$

$(T' + T)\sin\theta - F$ $\quad -d\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x} + d\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}$ $\quad g\overrightarrow{e_z}$ $\quad (T' - T)\cos\theta$

$a_0(t - t_0)$ $\quad a\cos(\alpha)\overrightarrow{e_x} + a\sin(\alpha)\overrightarrow{e_y}$ $\quad b\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x} + b\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}$

$-P\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x} - P\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}$ $\quad 1{,}17\,\mathrm{kN}$ $\quad 0{,}46\,\mathrm{rad}$ $\quad 1{,}6\,\mathrm{N}$ $\quad a_0t\overrightarrow{e_x} - v_0\overrightarrow{e_y}$

$(v_0t + x_0)\overrightarrow{e_x} + y_0\overrightarrow{e_y} + \dfrac{1}{2}gt^2\overrightarrow{e_z}$ $\quad \dfrac{a_0}{k}\left[1 - \mathrm{e}^{-k(t-t_0)}\right]$ $\quad 2{,}2\,\mathrm{N}$ $\quad a_0\overrightarrow{e_x}$

► Réponses et corrigés page 54

Particule dans un champ électromagnétique

Prérequis
Principe fondamental de la dynamique. Théorème de l'énergie cinétique, de l'énergie mécanique. Puissance, travail. Énergie potentielle.
Force de Lorentz.

Constantes utiles
→ charge élémentaire : $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C
→ célérité de la lumière dans le vide : $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Préliminaires

Entraînement 10.1 — Électron-volt.

Le produit d'une charge électrique par une tension est une énergie.

En multipliant la charge élémentaire $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C par une tension de 1 V, on obtient une unité adaptée à la physique des particules, l'électron-volt, noté eV. On a $1\,\mathrm{eV} = 1{,}6 \times 10^{-19}$ J.

a) Que vaut 1 J en eV ? ....

b) L'énergie d'un photon rouge est de $2{,}48 \times 10^{-19}$ J.
Convertir en eV. ....

c) L'énergie d'un photon violet est de 3,1 eV.
Convertir en J. ....

d) Quel photon a la plus grande énergie ?
Le rouge ou le violet ? ....

Réponses mélangées

violet   1,55 eV $5{,}0 \times 10^{-19}$ J $6{,}3 \times 10^{18}$ eV

► Réponses et corrigés page 59

Gaz parfaits

Prérequis
La loi des gaz parfaits s'écrit $PV = nRT$, avec P en pascals, V en mètres cubes, n en moles et T en kelvins.

Constantes utiles
- → constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$
- → définition du bar : $1\,\mathrm{bar} = 1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$
- → conversion entre kelvins et degrés Celsius : $T\,(\mathrm{K}) = \theta\,(°\mathrm{C}) + 273{,}15$

Entraînement au calcul

Entraînement 11.1 — Quelques calculs de volume.

Calculer le volume (en L) occupé à $T = 25\,°\mathrm{C}$ et sous une pression $P = 1{,}0\,\mathrm{bar}$ pour les gaz suivants.

a) $100\,\mathrm{g}$ d'argon ($M_{\mathrm{Ar}} = 40\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$) ....

b) $32\,\mathrm{g}$ de dioxygène $\mathrm{O_2}$ ($M_{\mathrm{O}} = 16\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$) ....

c) $1{,}2\,\mathrm{kg}$ de dioxyde de carbone $\mathrm{CO_2}$ ($M_{\mathrm{C}} = 12\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$) ....

Entraînement 11.2 — Bouteille de butane.

Une bouteille de $30{,}6\,\mathrm{L}$, maintenue à $20\,°\mathrm{C}$, contient du butane ($\mathrm{C_4H_{10}}$) qui est sous la forme d'un mélange liquide/gaz comprimé. Le contenu de la bouteille présente une masse m de $13\,\mathrm{kg}$.
On donne $M_{\mathrm{H}} = 1\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$ et $M_{\mathrm{C}} = 12\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.

a) Combien vaut la masse molaire (en $\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$) du butane ? ....

b) Quelle serait la pression à l'intérieur de la bouteille si tout le butane était à l'état gazeux ?

....

c) Quel volume occuperait le contenu de la bouteille, s'il était entièrement à l'état gazeux, sous une pression de $1{,}0\,\mathrm{bar}$ et à la température de $20\,°\mathrm{C}$? ....

Entraînement 11.3 — Surchauffe ?

Un pneu de voiture, de volume supposé constant, est gonflé à froid, à la température $T_1 = 20\,°\text{C}$, sous la pression $P_1 = 2{,}0\,\text{bar}$. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche une pression $P_2 = 2{,}3\,\text{bar}$.

Quelle est alors sa température (en °C) si l'on assimile l'air à un gaz parfait ? ....

Entraînement 11.4

Un récipient de volume V_1 enferme de l'air (assimilé à un gaz parfait) à la température $T_1 = 20\,°\text{C}$ et sous une pression $P_1 = 1{,}20\,\text{bar}$.

Que vaut la pression finale (en bar) si l'on augmente :

a) le volume de 20 % ? ....

b) la température de 10 °C ? ....

Manipulations algébriques

Entraînement 11.5 — Masse volumique de l'eau.

On considère un gaz parfait de masse molaire M, à la pression P et à la température T.

a) Exprimer sa masse volumique ρ en fonction de M, P et T. ....

b) La vapeur d'eau a pour masse volumique $\rho = 0{,}595\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ à 100 °C et 1 013 hPa. Sa masse molaire est $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Est-ce compatible avec le modèle du gaz parfait ? ....

Entraînement 11.6 — Compression d'un gaz.

Un gaz, initialement à la pression P_1 et à la température $T_1 = 25\,°\text{C}$, est comprimé jusqu'à une pression valant $P_2 = 4P_1$. Sa masse volumique initiale est de ρ_1.

Exprimer sa masse volumique finale ρ_2 en fonction de ρ_1 si sa température T_2 vaut :

a) $T_2 = T_1$ ....

b) $T_2 = 50\,°\text{C}$ ....

Entraînement 11.7 — Expression de la densité d'un gaz.

La densité d d'un gaz A est le rapport entre la masse volumique du gaz A et la masse volumique de l'air sous les mêmes conditions de pression et de température. Autrement dit, c'est

$$d = \frac{\rho_\text{A}}{\rho_\text{air}}.$$

On note M_A la masse molaire de A et M_air celle de l'air.

Exprimer la densité d en fonction de M_A et M_air à l'aide de la loi du gaz parfait ....

Réponses mélangées

$\dfrac{MP}{RT}$	$62\,\mathrm{L}$	$1{,}00\,\mathrm{bar}$	$1{,}8 \times 10^2\,\mathrm{bar}$	$3{,}7\rho_1$	non	$6{,}8 \times 10^2\,\mathrm{L}$
$5{,}5\,\mathrm{m}^3$	$1{,}24\,\mathrm{bar}$	$\dfrac{M_\mathrm{A}}{M_\mathrm{air}}$	$4\rho_1$	$25\,\mathrm{L}$	$64\,°\mathrm{C}$	$58\,\mathrm{g} \cdot \mathrm{mol}^{-1}$

► Réponses et corrigés page 60

Réponses et corrigés

Fiche n° 1. Conversions

Réponses

1.1 a)	$1 \cdot 10^{-1}$ m
1.1 b)	$2{,}5 \cdot 10^{3}$ m
1.1 c)	$3 \cdot 10^{-3}$ m
1.1 d)	$7{,}2 \cdot 10^{-9}$ m
1.1 e)	$5{,}2 \cdot 10^{-12}$ m
1.1 f)	$1{,}3 \cdot 10^{-14}$ m
1.2 a)	$7{,}3 \cdot 10^{6}$ m/s
1.2 b)	$2{,}6 \cdot 10^{7}$ km/h
1.3	2,4 MJ
1.4 a)	10%
1.4 b)	0,7 %
1.4 c)	50 %
1.4 d)	5 %
1.4 e)	180 %
1.4 f)	0,5 %
1.5 a)	$1 \cdot 10^{-10}$ m
1.5 b)	0,000 000 000 1 m
1.6 a)	10 000 m^2
1.6 b)	0,01 km^2
1.6 c)	$6{,}72 \cdot 10^{11}$ m^2
1.6 d)	$6{,}72 \cdot 10^{7}$ ha
1.6 e)	$5{,}89 \cdot 10^{8}$ m^2
1.6 f)	$5{,}89 \cdot 10^{4}$ ha
1.7 a)	oui
1.7 b)	oui

Corrigés

1.2 a) Il faut bien penser à garder le bon nombre de chiffres significatifs (deux ici car les données en possèdent également deux) :

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \times 150\,\mathrm{V}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 7{,}3 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s}.$$

1.2 b) On $v = 7{,}3 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s} = 7{,}3 \cdot 10^{3}\ \mathrm{km/s} = 7{,}3 \cdot 10^{3}\ \times 3\,600\,\mathrm{km/h} = 2{,}6 \cdot 10^{7}\ \mathrm{km/h}$.

1.3 On a $1\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{s} = 1\,\mathrm{J}$ donc $1\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{h} = 3\,600\,\mathrm{J}$ donc $1\,\mathrm{kW} \cdot \mathrm{h} = 3{,}6 \cdot 10^{6}\ \mathrm{J}$.

Ainsi, on trouve $T = 0{,}67\,\mathrm{kW} \cdot \mathrm{h} = 2{,}4 \cdot 10^{6}\ \mathrm{J} = 2{,}4\,\mathrm{MJ}$.

1.6 a) On a $1\,\mathrm{ha} = 100\,\mathrm{m} \times 100\,\mathrm{m} = 1 \times 10^{4}\ \mathrm{m}^2$.

1.6 b) On a $1\,\mathrm{ha} = 0{,}1\,\mathrm{km} \times 0{,}1\,\mathrm{km} = 0{,}01\,\mathrm{km}^2$.

1.6 c) On a $672\,051\,\mathrm{km}^2 = 672\,051 \cdot 1 \times 10^{6}\ \mathrm{m}^2 = 6{,}72 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}^2$.

1.6 d) On a $672\,051\,\mathrm{km}^2 = 672\,051 \cdot 1 \times 10^{2}\ \mathrm{ha} = 6{,}72 \cdot 10^{7}\ \mathrm{ha}$.

1.6 e) On a $589\,\mathrm{km}^2 = 589 \times 1 \times 10^{6}\ \mathrm{m}^2 = 5{,}89 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m}^2$.

1.6 f) On a $589\,\mathrm{km}^2 = 589 \times 1 \times 10^{2}\ \mathrm{ha} = 589 \cdot 10^{2}\ \mathrm{ha} = 5{,}89 \cdot 10^{4}\ \mathrm{ha}$.

1.7 a) On peut convertir : $2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^3 = 250\,\mathrm{mL}$.

1.7 b) On peut convertir : $7{,}5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^3 = 75\,\mathrm{L}$.

Fiche n° 2. Signaux

Réponses

2.1 a) .... $\boxed{-\sin(\alpha)}$

2.1 b) .... $\boxed{-\sin(\alpha)}$

2.1 c) .... $\boxed{\cos(\alpha)}$

2.1 d) .... $\boxed{\cos(\alpha)}$

2.2 a) .... $\boxed{2\cos(2t)}$

2.2 b) ... $\boxed{-2\sin(t+4)\cos(t+4) = -\sin(2t+8)}$

2.2 c) .... $\boxed{\cos^2(t) - \sin^2(t) = \cos(2t)}$

2.3 a) .... $\boxed{2A\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)}$

2.3 b) .... $\boxed{2A\sin\left(\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t\right)\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)}$

2.4 .... $\boxed{A\sin(\varphi)\cos(\omega t) + A\cos(\varphi)\sin(\omega t)}$

2.5 a) .... Courbe 2

2.5 b) .... Courbe 4

2.5 c) .... Courbe 3

2.5 d) .... Courbe 1

2.6 c

2.7 .... $\boxed{18\,\mathrm{km/h}}$

Corrigés

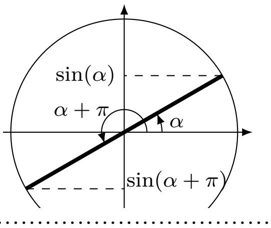
2.1 a)

En utilisant le cercle trigonométrique, on voit directement que

$$\sin(\alpha+\pi) = -\sin(\alpha).$$

Remarquons qu'on peut également utiliser les formules trigonométriques :

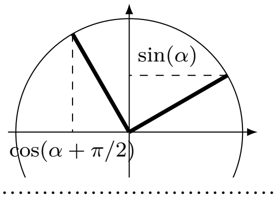
$$\sin(\alpha+\pi) = \sin(\alpha)\cos(\pi) + \sin(\pi)\cos(\alpha) = -\sin(\alpha).$$



....

2.1 b)

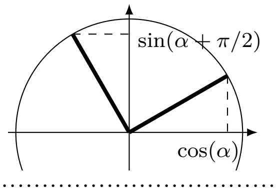
On a $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(\alpha)$.



....

2.1 c)

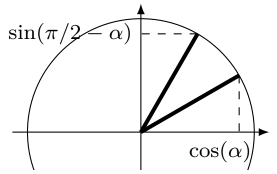
On a $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\alpha)$.



....

2.1 d)

On a $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos(\alpha)$.



2.3 a) On somme les formules trigonométriques :

$$\begin{cases}\cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)\\ \cos(a-b)=\cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)\end{cases}\quad\text{pour obtenir}\quad \cos(a+b)+\cos(a-b)=2\cos(a)\cos(b).$$

On a

$$\begin{cases}a+b=\omega_1 t\\ a-b=\omega_2 t\end{cases}\iff\begin{cases}a=\dfrac{\omega_1+\omega_2}{2}t\\ b=\dfrac{\omega_1-\omega_2}{2}t.\end{cases}$$

On en déduit

$$A\cos(\omega_1 t)+A\cos(\omega_2 t)=2A\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right)\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\,t\right).$$

Ainsi, $C=2A$, $\Omega=\dfrac{\omega_1+\omega_2}{2}$ et $\omega=\dfrac{\omega_1-\omega_2}{2}$ conviennent.

2.3 b) On somme les formules trigonométriques :

$$\begin{cases}\cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)\\ \cos(a-b)=\cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)\end{cases}\quad\text{pour obtenir}\quad \cos(a-b)-\cos(a+b)=2\sin(a)\sin(b).$$

On a

$$\begin{cases}a-b=\omega_1 t\\ a+b=\omega_2 t\end{cases}\iff\begin{cases}a=\dfrac{\omega_1+\omega_2}{2}t\\ b=\dfrac{\omega_2-\omega_1}{2}t.\end{cases}$$

On en déduit $A\cos(\omega_1 t)-A\cos(\omega_2 t)=2A\sin\left(\dfrac{\omega_2-\omega_1}{2}\,t\right)\sin\left(\dfrac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right)$.

2.4 On utilise la formule trigonométrique : $\sin(a+b)=\sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)$.
On a $A\sin(\omega t+\varphi)=A[\sin(\omega t)\cos(\varphi)+\cos(\omega t)\sin(\varphi)]=A\sin(\varphi)\cos(\omega t)+A\cos(\varphi)\sin(\omega t)$.
Ainsi, $B=A\sin(\varphi)$ et $C=A\cos(\varphi)$ conviennent.

2.5 a) On a $\sin(0)=0$. La courbe 2 est la seule courbe passant par le point $(0,0)$ et est donc la seule courbe compatible. On vérifie aussi que la courbe 2 est comprise dans l'intervalle $[-1,1]$ et que sa période est égale à 2π.

2.5 b) On a $\cos(0)=1$, ce qui est cohérent avec les courbes 1, 3 et 4. Ce n'est donc pas suffisant pour déterminer quelle courbe correspond à la fonction cosinus. Mais on sait de plus que $\cos(x)\in[-1,1]$, ce qui correspond à la courbe 4. On vérifie également que la courbe 4 a une période égale à 2π.

2.5 c) On a $1+\sin(0)=1$ et $1+\sin(x)\in[0,2]$. Cela correspond à la courbe 3. On vérifie également que la courbe 3 a une période égale à 2π.

2.5 d) On a $\cos^2(0)=1$ et $\cos^2(x)\in[0,1]$. Cela correspond à la courbe 1. C'est aussi la seule courbe qui a une période égale à π.

2.6 On peut mettre $A\sin(\omega t+\varphi)$ sous la forme $B\cos(\omega t)+C\sin(\omega t)$ avec $B=A\sin(\varphi)$ et $C=A\cos(\varphi)$. On a donc ici :

$$\begin{cases} A\sin(\varphi)=1 \\ A\cos(\varphi)=1 \end{cases}$$

En faisant le rapport des deux équations, on obtient $\dfrac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)}=\tan(\varphi)=1$, ce qui correspond à $\varphi=\dfrac{\pi}{4}$.

On utilise alors la première équation : $A\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{A}{\sqrt{2}}=1$. Donc, $A=\sqrt{2}$.

Finalement, $\cos(\omega t)+\sin(\omega t)=\sqrt{2}\sin(\omega t+\pi/4)$ ce qui correspond à la réponse c.

2.7 On lit graphiquement que la vague a avancé de 300 m en 1 minute, donc sa célérité est

$$c=\frac{300}{60}=5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}=18\,\mathrm{km/h}.$$

Fiche n° 3. Étude des circuits électriques I

Réponses

3.1 a) .... $\boxed{2i}$

3.1 b) .... $\boxed{i}$

3.1 c) .... $\boxed{0}$

3.2 a) .... $\boxed{\dfrac{E}{R}}$

3.2 b) .... $\boxed{\dfrac{3E}{4R}}$

Corrigés

3.2 a) Additionnons les deux relations après avoir multiplié par 3 la première

$$\begin{cases} 3Ri + 12Ri_1 = 12E \\ 13Ri - 12Ri_1 = 4E \end{cases} \quad \text{donnent ainsi} \quad 16Ri = 16E \quad \text{d'où} \quad i = \frac{E}{R}.$$

....

3.2 b) Dans la première relation, remplaçons i par E/R :

$$R \times \left(\frac{E}{R}\right) + 4Ri_1 = 4E \quad \text{donc} \quad 4Ri_1 = 3E \quad \text{d'où} \quad i_1 = \frac{3E}{4R}.$$

....

Fiche n° 4. Étude des circuits électriques II

Réponses

4.1 a) .... $\boxed{u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)}$

4.1 b) .... $\boxed{i(t) = \dfrac{E}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}}$

4.1 c) .... $\boxed{u_C(t) = \dfrac{1}{2}E}$

4.2 a) .... $\boxed{\text{b}}$

4.2 b) .... $\boxed{\text{c}}$

4.2 c) .... $\boxed{\text{a}}$

4.2 d) .... $\boxed{4\,\mathrm{V}}$

4.2 e) .... $\boxed{4\,\mathrm{V}}$

4.2 f) .... $\boxed{1{,}3\,\mathrm{k\Omega}}$

Corrigés

4.1 a) Cherchons une solution particulière constante. On trouve $u_\mathrm{p} = E$. La solution générale est donc de la forme $A\mathrm{e}^{-t/\tau} + E$. La condition initiale donne $u_C(0) = 0 = A + E$ soit $A = -E$. Finalement, $u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$.

....

4.1 b) Ici, l'équation différentielle est homogène (sans second membre). La solution est de la forme $A\mathrm{e}^{-t/\tau}$. La condition initiale donne $i(0) = E/R = A$. Finalement, $i(t) = \dfrac{E}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

....

4.1 c) Cherchons une solution particulière constante. On trouve $u_\mathrm{p} = \dfrac{1}{2}E$. La solution générale est donc de la forme $A\mathrm{e}^{-t/\tau} + \dfrac{1}{2}E$. La condition initiale donne $u(0) = \dfrac{1}{2}E = A + \dfrac{1}{2}E$ soit $A = 0$. Finalement, $u_C(t) = \dfrac{1}{2}E$.

....

4.2 d) La courbe 2, associée à l'expression de u_1, possède une asymptote horizontale d'expression $u_1(+\infty) = E_1$. On en déduit $E_1 = 4\,\mathrm{V}$ par lecture graphique.

....

4.2 e) La courbe 3, associée à l'expression de u_2, possède une valeur initiale $u_2(0^+) = \dfrac{1}{2}E_2$. On en déduit $E_2 = 4\,\mathrm{V}$ par lecture graphique. On peut vérifier que l'asymptote donne $u_2(+\infty) = E_2 = 4\,\mathrm{V}$.

....

4.2 f) La courbe 1, associée à l'expression de $i(t)$, a pour ordonnée à l'instant initial $i(0^+) = 3\,\mathrm{mA} = \dfrac{E_1}{R}$ donc on a $R = E_1/i(0^+) \simeq 1{,}3\,\mathrm{k\Omega}$.

....

Fiche n° 5. Énergie et puissance électriques

Réponses

5.1 a) .... $\boxed{16{,}5\,\mathrm{kJ}}$

5.1 b) .... $\boxed{4{,}6\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{h}}$

5.2 a) .... $\boxed{513\,\mathrm{km}}$

5.2 b) .... $\boxed{\text{Hyundai Ioniq 6}}$

5.2 c) .... $\boxed{\text{Hyundai Ioniq 6}}$

Corrigés

5.1 a) L'énergie contenue dans la batterie vaut $E = P\Delta t$ où $P = 5\,\mathrm{W}$ et $\Delta t = 55\,\mathrm{min} = 55 \times 60\,\mathrm{s} = 3\,300\,\mathrm{s}$. L'énergie vaut donc $E = 5 \times 3\,300\,\mathrm{J} = 16{,}5\,\mathrm{kJ}$.

....

5.1 b) L'énergie contenue dans la batterie vaut $E = 16{,}5\,\mathrm{kJ}$. Par ailleurs, $e = 1\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{h}$ est l'énergie consommée à une puissance de $1\,\mathrm{W}$ pendant $1\,\mathrm{h}$, soit $e = 1\,\mathrm{W} \times 3\,600\,\mathrm{s} = 3{,}6\,\mathrm{kJ}$.

On a donc $E = \dfrac{16{,}5\,\mathrm{kJ}}{3{,}6\,\mathrm{kJ}} \times 1\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{h} = 4{,}6\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{h}$.

....

5.2 a) L'énergie contenue dans la batterie vaut $E = 77{,}4\,\mathrm{kW}\cdot\mathrm{h}$.

La consommation moyenne valant $C = 15{,}1\,\mathrm{kWh/100km}$, l'autonomie en kilomètres vaut

$$\frac{E}{C} = \frac{77{,}4\,\mathrm{kW}\cdot\mathrm{h}}{15{,}1\,\mathrm{kWh/100km}} = 513\,\mathrm{km}.$$

....

5.2 b) En reprenant le calcul de la question précédente, $e = 1\,\mathrm{W/h} = 3{,}6\,\mathrm{kJ}$, donc l'énergie totale stockée dans les batteries des voitures de série vaut en Joule $E = 77{,}4 \times 10^3 \times 3{,}6 \times 10^3\,\mathrm{J} = 279\,\mathrm{MJ}$. C'est donc la voiture de série qui possède la batterie de plus grande capacité.

....

5.2 c) La puissance en cv du moteur de la voiture électrique de série vaut $\mathcal{P} = 239/0{,}735\,\mathrm{cv} = 325\,\mathrm{cv}$.

....

Fiche n° 6. Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes

Réponses

6.1 a) .... $\boxed{\dfrac{\pi}{180} \times \alpha_{\text{deg}}}$

6.1 b) .... $\boxed{60 \times \alpha_{\text{deg}}}$

6.2 a) .... $\boxed{35°39'}$

6.2 b) .... $\boxed{1{,}715\,\text{rad}}$

6.2 c) .... $\boxed{60°20'}$

6.3 a) .... $\boxed{i}$

6.3 b) .... $\boxed{\dfrac{\pi}{2} - i}$

6.3 c) ..... $\boxed{\arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)}$

6.3 d) .. $\boxed{\dfrac{\pi}{2} - \arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)}$

6.4 a) .... $\boxed{16{,}3°}$

6.4 b) .... $\boxed{25{,}5°}$

6.4 c) .... $\boxed{22{,}0°}$

6.5 a) .... $\boxed{564\,\text{THz}}$

6.5 b) .... $\boxed{3{,}74 \times 10^{-19}\,\text{J}}$

6.6 .... $\boxed{\text{b et d}}$

6.7 a) ..... $\boxed{2{,}26 \times 10^{8}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$

6.7 b) .... $\boxed{400\,\text{nm}}$

Corrigés

6.2 a) On a $\alpha = 35° + 0{,}65 \times 60' = 35°39'$.

6.2 b) L'angle β vaut 98° et 15 minutes d'angle, c'est-à-dire $\beta = 98 + 15/60 = 98{,}25°$.

En radians, on a $\beta = 98{,}25° \times \dfrac{\pi}{180°} = 1{,}715\,\text{rad}$ (on garde 4 chiffres significatifs, comme la donnée de départ).

6.2 c) On a $\gamma = 1{,}053 \times \dfrac{180°}{\pi} = 60{,}33°$. Or, 0,33° correspondent à $0{,}33 \times 60 = 20'$. Donc $\gamma = 60°20'$.

6.3 a) On a $\alpha = i$. Il s'agit de la loi de Snell-Descartes pour la réflexion.

6.3 b) On a $\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{2}$ et $\alpha = i$, donc $\beta = \dfrac{\pi}{2} - i$.

6.3 c) Loi de Snell-Descartes pour la réfraction donne : $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(\delta)$. Donc $\delta = \arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)$.

6.4 a) Loi de Snell Descartes pour la réfraction donne : $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$. On obtient pour r :

$$r = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin(i)\right) \text{ et donc } r = \arcsin\left(\frac{1}{1{,}45} \times \sin(24{,}0)\right) = 16{,}3°.$$

Attention à bien régler la calculatrice en degré ou à convertir l'angle en radians.

6.4 b) Si la calculatrice est réglée en degré, on a : $r = \arcsin\left(\dfrac{1}{1{,}45}\sin(0{,}674 \times \dfrac{180}{\pi})\right) = 25{,}5°$.

6.4 c) On a $i = \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\sin(r)\right)$ donc $i = \arcsin\left(\dfrac{1{,}45}{1}\sin 15{,}0\right) = 22{,}0°$.

6.5 a) On a $f = \dfrac{c}{\lambda_0} = \dfrac{3{,}00 \times 10^{8}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{532\,\text{nm}} = 5{,}64 \times 10^{14}\,\text{Hz} = 564\,\text{THz}$.

6.5 b) On a $E = hf = 6{,}63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s} \times 5{,}64 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz} = 3{,}74 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$.

6.6 Au passage d'un dioptre, la fréquence et l'énergie d'un photon sont inchangées. En revanche, la vitesse de propagation de la lumière et la longueur d'onde dépendent de l'indice optique.

6.7 a) On a $v = \dfrac{c}{n} = \dfrac{3{,}00 \times 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}}{1{,}33} = 2{,}26 \times 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

6.7 b) On a $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{c}{nf} = \dfrac{\lambda_0}{n} = \dfrac{532\,\mathrm{nm}}{1{,}33} = 400\,\mathrm{nm}$.

Fiche n° 7. Lentilles

Réponses

7.1 a) .... $\boxed{\dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}}$

7.1 b) .... $\boxed{-2}$

7.2 a) .... $\boxed{40\,\text{cm}}$

7.2 b) .... $\boxed{-10\,\text{cm}}$

7.2 c) .... $\boxed{-50\,\text{cm}}$

7.2 d) .... $\boxed{20\,\text{cm}}$

7.3 a) .... $\boxed{\dfrac{A_1B_1}{f'_1}}$

7.3 b) .... $\boxed{\dfrac{A_1B_1}{f'_2}}$

7.3 c) .... $\boxed{\dfrac{f'_1}{f'_2}}$

7.3 d) .... $\boxed{4}$

7.4 a) .... $\boxed{\text{Correct}}$

7.4 b) .... $\boxed{\text{Incorrect}}$

7.4 c) .... $\boxed{\text{Incorrect}}$

7.4 d) .... $\boxed{\text{Correct}}$

7.5 a) .... $\boxed{5{,}0\,\text{cm}}$

7.5 b) .... $\boxed{+20\ \delta}$

7.6 .... $\boxed{\text{(b)}}$

7.7 a) .... $\boxed{\dfrac{\overline{OA} \times \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}}$

7.7 b) .... $\boxed{\dfrac{\overline{OA'} \times f'}{f' - \overline{OA'}}}$

7.7 c) .... $\boxed{\dfrac{\overline{OA} \times \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}}$

7.7 d) .... $\boxed{\text{après}}$

7.8 a) .... $\boxed{\text{(b)}}$

7.8 b) .... $\boxed{\text{(b)}}$

Corrigés

7.1 a) Par application du théorème de Thalès, on a $\dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$.

....

7.1 b) Par lecture graphique, on constate que $\overline{OA'} = 8$ unités horizontales et $\overline{OA} = -4$ unités horizontales. D'après la relation déterminée dans la question précédente, on a $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{8 \text{ carreaux}}{-4 \text{ carreaux}} = -2$.

....

7.2 a) Le sens positif est le sens de propagation de la lumière. Le point F'_1 est après O_1 donc $\overline{O_1F'_1} = 40\,\text{cm}$.

....

7.2 b) Le point F_2 est en avant de O_2 donc $\overline{O_2F_2} = -10\,\text{cm}$.

....

7.2 c) Le point O_1 est en avant de O_2 donc $\overline{O_2O_1} = -50\,\text{cm}$.

....

7.2 d) Le point A_1 est en avant de F'_2 donc $\overline{A_1F'_2} = 20\,\text{cm}$.

....

7.3 a) Dans le triangle rectangle $O_1A_1B_1$, on a $\tan(\alpha) = \dfrac{A_1B_1}{O_1F'_1}$. Comme l'objet est très éloigné, l'angle α est petit ; comme il est exprimé en radians, on peut effectuer l'approximation $\alpha \approx \tan(\alpha)$.

....

7.3 b) Dans le triangle rectangle $O_2A_1B_1$, on a $\tan(\alpha') = \dfrac{A_1B_1}{O_2F'_2}$. Comme l'objet est très éloigné, l'angle α' est petit ; comme il est exprimé en radians, on peut effectuer l'approximation $\alpha' \approx \tan(\alpha')$.

....

7.3 c) En utilisant les deux expressions trouvées pour α et α', on trouve

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\mathrm{A_1B_1}}{f_2'} \times \frac{f_1'}{\mathrm{A_1B_1}} = \frac{f_1'}{f_2'}.$$

7.3 d) Graphiquement, on lit $f_1' = 16$ carreaux et $f_2' = 4$ carreaux. Donc, on a $G = \dfrac{f_1'}{f_2'} = 4$. Un objet lointain observé à travers cette lunette apparaîtra sous un diamètre 4 fois plus important qu'à l'œil nu.

7.4 a) Ce schéma est correct car un rayon parallèle au rayon incident passant par le centre optique de la lentille sans être dévié couperait le rayon émergent dans le plan focal image de la lentille convergente.

7.4 b) Ce schéma est incorrect car le foyer image $\mathrm{F'}$ d'une lentille convergente est situé au delà de la lentille et non en avant (par rapport au sens de propagation de la lumière). Ce schéma serait correct si la lentille était divergente.

7.4 c) Ce schéma est incorrect car un rayon lumineux qui ressort d'une lentille parallèle à l'axe optique principal, a une direction incidente passant par le foyer objet F. Ce qui n'est pas le cas ici puisque le rayon incident passe par le foyer image $\mathrm{F'}$.

7.4 d) Ce schéma est correct car un rayon incident dont la direction passe par le foyer objet F ressort parallèle à l'axe optique de la lentille.

7.5 a) On ajoute un rayon incident issu de B parallèle à l'axe optique principal et émergeant en $\mathrm{B'}$.

On trouve la position du foyer image principal $\mathrm{F'}$ à l'intersection entre l'axe optique principal et le rayon tracé.

En mesurant la distance $\overline{\mathrm{OF'}}$ sur le schéma et en tenant compte de l'échelle du document (8 carreaux sur le document correspondent à 10 cm en réalité), on trouve : $\overline{\mathrm{OF'}} = 5{,}0\,\mathrm{cm}$.

7.5 b) En utilisant la définition de la vergence, on a $V = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{0{,}05\,\mathrm{m}} = +20\ \delta$.

7.6 Pour comparer les lentilles, il faut comparer soit leurs distances focales images f', soit leurs distances focales objets $f = -f'$, soit leurs vergences $V = \dfrac{1}{f'}$.

Remarquons que le lentille (d) est exclue d'office, car $f_d' = -8{,}0\,\mathrm{cm} < 0$ donc il s'agit d'une lentille divergente ($f' < 0$) et non convergente ($f' > 0$).

Calculons les vergences des trois lentilles qui sont encore à considérer. On a

- pour le lentille (a) : $V_a = +8{,}0\ \delta$;
- pour la lentille (b) : $V_b = \dfrac{1}{f_b'} = \dfrac{1}{0{,}080\,\mathrm{m}} = +12{,}5\ \delta$;
- et pour la lentille (c) : $V_c = \dfrac{1}{f'} = -\dfrac{1}{f} = -\dfrac{1}{-0{,}100\,\mathrm{m}} = +10{,}0\ \delta$.

On a $V_b > V_c > V_a$; donc, c'est la lentille (b) qui est la plus convergente.

7.7 a) On déduit de la relation $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$ que $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OF'}}}$.

7.7 b) On déduit de la relation $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$ que $\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA'}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OF'}} - \overline{\mathrm{OA'}}}$. Ainsi, $\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA'}} \times f'}{f' - \overline{\mathrm{OA'}}}$.

7.7 c) On déduit de la relation $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$ que $f' = \overline{\mathrm{OF'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}} - \overline{\mathrm{OA'}}}$.

7.7 d) On a montré que $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OF'}}}$. Or, on a $\overline{\mathrm{OA}} = -15\,\mathrm{cm}$ et $\overline{\mathrm{OF'}} = 4{,}0\,\mathrm{cm}$.

L'application numérique donne $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{-15\,\mathrm{cm} \times 4{,}0\,\mathrm{cm}}{-15\,\mathrm{cm} + 4{,}0\,\mathrm{cm}} = 5{,}5\,\mathrm{cm}$.

Comme $\overline{\mathrm{OA'}} > 0$, l'image $\overline{\mathrm{A'B'}}$ se situe après la lentille.

7.8 a) Par définition du grandissement, l'image est agrandie car $|\gamma| > 1$.

7.8 b) L'image est renversée car $\gamma < 0$.

Fiche n° 8. Cinématique

Réponses

8.1 a) .... $\boxed{1\,\text{h}\ 6\,\text{min}\ 40\,\text{s}}$

8.1 b) .... $\boxed{8\,\text{min}\ 20\,\text{s}}$

8.2 a) .... $\boxed{a_0 \times \tau_1}$

8.2 b) .... $\boxed{\dfrac{a_0 \times {\tau_1}^2}{2}}$

8.2 c) .... $\boxed{a_0 \times \tau_1 \times \left(\dfrac{\tau_1}{2} + \tau_2\right)}$

8.3 .... $\boxed{\text{b}}$

8.4 a) .... $\boxed{a(\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \sin(\theta)\overrightarrow{e_y})}$

8.4 b) .... $\boxed{a\left(\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \left(\sin(\theta) + \dfrac{b}{a}\right)\overrightarrow{e_y}\right)}$

8.4 c) .... $\boxed{a\left(2\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \left(2\sin(\theta) + \dfrac{b}{a}\right)\overrightarrow{e_y}\right)}$

8.4 d) .... $\boxed{-b\overrightarrow{e_y}}$

8.5 a) .... $\boxed{49{,}4\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}}$

8.5 b) .... $\boxed{8{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$

8.6 a) .... $\boxed{v_{0x}t}$

8.6 b) .... $\boxed{-\dfrac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t}$

8.6 c) .... $\boxed{z = -\dfrac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \dfrac{v_{0z}}{v_{0x}}x}$

Corrigés

8.1 a) La voiture avance à vitesse constante. Pour parcourir 100 km, il lui faudra le temps

$$\tau = \frac{100\,\text{km}}{90\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}} = 1{,}11\,\text{h} = 1\,\text{h}\ 6\,\text{min}\ 40\,\text{s}.$$

....

8.1 b) Pour parcourir 100 km à $80\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, il lui faudrait le temps $\tau' = \dfrac{100\,\text{km}}{80\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}} = 1{,}25\,\text{h}$. Le temps de trajet serait donc allongé de $\Delta t = \tau' - \tau = 0{,}14\,\text{h} = 8\,\text{min}\ 20\,\text{s}$.

....

8.2 a) L'accélération est constante durant le temps τ_1 et la vitesse initiale est nulle. La vitesse à un instant t vaut donc $v(t) = a_0 \times t$, d'où $v_1 = v(\tau_1) = a_0 \times \tau_1$.

....

8.2 b) Pour $t \in [0, \tau_1]$, la vitesse est décrite par l'équation : $v(t) = a_0 \times t$. La distance parcourue à la date t, s'écrit donc $d(t) = \dfrac{1}{2}a_0 \times t^2$. Ainsi, on a $d_1 = d(\tau_1) = \dfrac{a_0 \times {\tau_1}^2}{2}$.

....

8.2 c) La distante totale parcourue est $d_{\text{tot}} = d_1 + d_2$ avec d_1 évaluée à la question précédente et d_2 la distance parcourue par le véhicule dans la seconde phase du mouvement où il progresse à vitesse constante.

Or, on a $d_2 = v_1 \times \tau_2$. Ainsi, on a $d_{\text{tot}} = a_0 \times \tau_1 \times \left(\dfrac{\tau_1}{2} + \tau_2\right)$.

....

8.3 La vitesse de la voiture à un instant t s'écrit $v(t) = v_i - a \times t$ avec

$$v_i = 110\,\mathrm{km \cdot h^{-1}} = \frac{110 \times 10^3\,\mathrm{m}}{3\,600\,\mathrm{s}} = 30{,}6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

Ainsi, le véhicule s'arrêtera à la date t_a telle que $v_i - a \times t = 0\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. On a $t_a = \dfrac{v_i}{a} = \dfrac{30{,}6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}}{10\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}} = 3{,}06\,\mathrm{s}$.

La distance parcourue pendant le freinage vaut $d(t) = v_i \times t - \dfrac{1}{2} a \times t^2$.

La distance d'arrêt d_a correspond à la distance parcourue pendant la durée t_a : c'est $d_a = \dfrac{{v_i}^2}{2a} = 46{,}7\,\mathrm{m}$.

....

8.4 a) On a $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = a(\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \sin(\theta)\overrightarrow{e_y})$.

....

8.4 b) On a $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{AB}} = a\left(\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \left(\sin(\theta) + \dfrac{b}{a}\right)\overrightarrow{e_y}\right)$.

....

8.4 c) On a $\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}} = a\left(2\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \left(2\sin(\theta) + \dfrac{b}{a}\right)\overrightarrow{e_y}\right)$.

....

8.4 d) On a $\overrightarrow{\mathrm{OA}} - \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{\mathrm{BA}} = -b\overrightarrow{e_y}$.

....

8.5 a) La vitesse de la balle à l'instant t_1, s'écrit $\overrightarrow{v}(\mathrm{M}, t_1) = v_x(t_1)\overrightarrow{e_x} + v_y(t_1)\overrightarrow{e_y}$ avec

$$v_x(t_1) \simeq \frac{x(t_1+\Delta t) - x(t_1)}{\Delta t}, \quad v_y(t_1) \simeq \frac{y(t_1+\Delta t) - y(t_1)}{\Delta t} \quad \text{et} \quad \Delta t = 0{,}05\,\mathrm{s}.$$

Nous obtenons le tableau suivant :

t (en s)	0	0,05	0,10	0,15
v_x (en $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$)	7	7	7	7
v_y (en $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$)	11,8	11,4	11,0	10,6

À l'instant initial, nous pouvons écrire : $v_0 \simeq \sqrt{\left(7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}\right)^2 + \left(11{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}\right)^2} = 13{,}72\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} = 49{,}4\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

....

8.5 b) L'accélération de la balle à l'instant t_1, s'écrit $\overrightarrow{a}(\mathrm{M}, t_1) = a_x(t_1)\overrightarrow{e_x} + a_y(t_1)\overrightarrow{e_y}$ avec

$$a_x(t_1) \simeq \frac{v_x(t_1+\Delta t) - v_x(t_1)}{\Delta t}, \quad a_y(t_1) \simeq \frac{v_y(t_1+\Delta t) - v_y(t_1)}{\Delta t} \quad \text{et} \quad \Delta t = 0{,}05\,\mathrm{s}.$$

ce qui donne

$$a_x(0) \simeq \frac{7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} - 7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}{0{,}05\,\mathrm{s}} = 0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} \quad \text{et} \quad a_y(0) \simeq \frac{11{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} - 11{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}{0{,}05\,\mathrm{s}} = -8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

L'accélération initiale vaut donc $a_0 \simeq \sqrt{\left(0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}\right)^2 + \left(-8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}\right)^2} = 8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

....

8.6 a) On a $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{g}$. En projetant, nous obtenons

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0 \\ \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -g. \end{cases}$$

Donc, on a $v_x = \mathrm{C^{te}} = v_{0x}$. En intégrant une deuxième fois, vu que M est initialement en O, on obtient : $x(t) = v_{0x}t$.

....

8.6 b) On a $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{g}$. En projetant, nous obtenons

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0 \\ \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -g. \end{cases}$$

Donc, en intégrant, on a $\int_{v_{0z}}^{v_z(t)} \mathrm{d}v_z = \int_0^t -g \cdot \mathrm{d}t$ donc $v_z = -gt + v_{0z}$. En intégrant une deuxième fois, vu que M est initialement en O, on obtient :

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t.$$

....

8.6 c) À partir de l'expression de $x(t)$ on peut écrire $t = x/v_{0x}$. On remplace t par cette expression dans z :

$$z = -\frac{1}{2}g(x/v_{0x})^2 + v_{0z}x/v_{0x}.$$

Finalement, on trouve l'équation $z = -\frac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \frac{v_{0z}}{v_{0x}}x$.

....

Fiche n° 9. Principe fondamental de la dynamique

Réponses

9.1 a) .... $\boxed{a_0(t-t_0)}$

9.1 b) .... $\boxed{0}$

9.1 c) .... $\boxed{\dfrac{a_0}{k}\left[1-\mathrm{e}^{-k(t-t_0)}\right]}$

9.2 a) .... $\boxed{a\cos(\alpha)\overrightarrow{e_x}+a\sin(\alpha)\overrightarrow{e_y}}$

9.2 b) .... $\boxed{b\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x}+b\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}}$

9.2 c) .... $\boxed{c\cos(\alpha)\overrightarrow{e_x}-c\sin(\alpha)\overrightarrow{e_y}}$

9.2 d) .... $\boxed{-d\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x}+d\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}}$

9.3 a) .... $\boxed{-P\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x}-P\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}}$

9.3 b) .... $\boxed{N\overrightarrow{e_y}}$

9.4 a) .... $\boxed{\left(\dfrac{1}{2}a_0t^2+x_0\right)\overrightarrow{e_x}-v_0t\overrightarrow{e_y}+z_0\overrightarrow{e_z}}$

9.4 b) .... $\boxed{a_0t\overrightarrow{e_x}-v_0\overrightarrow{e_y}}$

9.4 c) .... $\boxed{a_0\overrightarrow{e_x}}$

9.5 a) .... $\boxed{g\overrightarrow{e_z}}$

9.5 b) .... $\boxed{v_0\overrightarrow{e_x}+gt\overrightarrow{e_z}}$

9.5 c) .... $\boxed{(v_0t+x_0)\overrightarrow{e_x}+y_0\overrightarrow{e_y}+\dfrac{1}{2}gt^2\overrightarrow{e_z}}$

9.6 a) .... $\boxed{2{,}2\,\mathrm{N}}$

9.6 b) .... $\boxed{0{,}46\,\mathrm{rad}}$

9.7 a) .... $\boxed{(T'-T)\cos\theta}$

9.7 b) .... $\boxed{(T'+T)\sin\theta-F}$

9.7 c) .... $\boxed{1{,}17\,\mathrm{kN}}$

9.8 .... $\boxed{1{,}6\,\mathrm{N}}$

Corrigés

9.1 a) La solution générale s'écrit $v(t)=a_0t+C_1$ où C_1 est une constante d'intégration que l'on détermine à l'aide de la condition $v(t_0)=0$. Cette condition donne $C_1=-a_0t_0$ d'où la solution $v(t)=a_0(t-t_0)$.

....

9.1 b) La solution générale s'écrit $v(t)=A\mathrm{e}^{-kt}$. La condition initiale $v(t_0)=0$ implique $A=0$ puisque $\mathrm{e}^{-kt}>0$ pour tout t. Ainsi la solution est $v(t)=0$.

....

9.1 c) La solution de l'équation homogène est $v(t)=A\mathrm{e}^{-kt}$. Une solution particulière (constante) est $v=\dfrac{a_0}{k}$. Les solutions sont $v(t)=A\mathrm{e}^{-kt}+\dfrac{a_0}{k}$. La condition initiale $v(t_0)=0$ donne $A=-\dfrac{a_0}{k}\mathrm{e}^{kt_0}$. Il en découle la solution générale : $v(t)=\dfrac{a_0}{k}\left[1-\mathrm{e}^{-k(t-t_0)}\right]$.

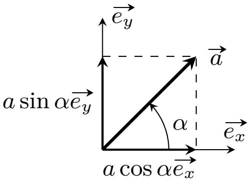
....

9.2 a)

La composante suivant $\overrightarrow{e_x}$ correspond au produit scalaire

$$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{e_x}=a\times 1\times\cos(\alpha).$$

De même la composante suivant $\overrightarrow{e_y}$ est le produit scalaire $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{e_y}=a\times 1\times\cos(\pi/2-\alpha)=a\sin(\alpha)$. On peut retrouver ces résultats géométriquement (*cf.* ci-contre).

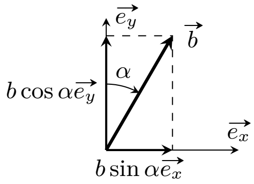


....

9.2 b)

La composante suivant $\vec{e_x}$ vaut

$$b_x = \vec{b} \cdot \vec{e_x} = b\cos(\pi/2 - \alpha) = b\sin(\alpha).$$



De même, la composante suivant $\vec{e_y}$ vaut

$$b_y = \vec{b} \cdot \vec{e_y} = b\cos(\alpha).$$

9.2 c)

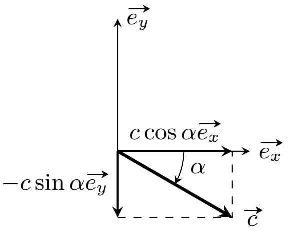
On a

$$c_x = \vec{c} \cdot \vec{e_x} = c\cos(\alpha)$$

et

$$c_y = \vec{c} \cdot \vec{e_y} = c\cos(\pi/2+\alpha) = -c\sin(\alpha).$$

On retrouve ces projections à l'aide de la construction ci-contre.



9.2 d)

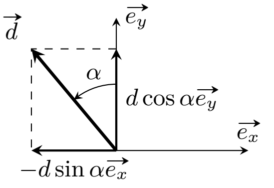
On trouve

$$d_x = \vec{d} \cdot \vec{e_x} = d\cos(\pi/2+\alpha) = -d\sin(\alpha)$$

et

$$d_y = \vec{d} \cdot \vec{e_y} = d\cos(\alpha).$$

La construction ci-contre confirme ces projections.



9.3 a) La composante suivant $\vec{e_x}$ du poids est $P_x = \vec{P} \cdot \vec{e_x} = P\cos(\alpha+\pi/2) = -P\sin(\alpha)$. De même, sa composante suivant $\vec{e_y}$ s'écrit $P_y = \vec{P} \cdot \vec{e_y} = P\cos(\alpha+\pi) = -P\cos(\alpha)$. Ainsi, le poids s'écrit

$$\vec{P} = -P\sin(\alpha)\vec{e_x} - P\cos(\alpha)\vec{e_y}.$$

9.3 b) Le vecteur $\vec{N}$ est colinéaire au vecteur unitaire $\vec{e_y}$ et de même sens ; on a donc $\vec{N} = N\vec{e_y}$.

9.4 a) Le vecteur position est le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = x\vec{e_x} + y\vec{e_y} + z\vec{e_z}$, d'où

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \left(\frac{1}{2}a_0t^2 + x_0\right)\vec{e_x} - v_0t\vec{e_y} + z_0\vec{e_z}.$$

9.4 b) Dans le système de coordonnées cartésiennes, le vecteur vitesse s'écrit

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{e_x} + \dot{y}\vec{e_y} + \dot{z}\vec{e_z} = a_0t\vec{e_x} - v_0\vec{e_y}.$$

9.4 c) Dans le système de coordonnées cartésiennes, le vecteur accélération s'exprime en fonction des dérivées secondes des coordonnées : $\vec{a} = \ddot{x}\vec{e_x} + \ddot{y}\vec{e_y} + \ddot{z}\vec{e_z} = a_0\vec{e_x}$.

9.5 a) D'après le PFD, on a $mg\vec{e_z} = m\vec{a}$ d'où $\vec{a} = g\vec{e_z}$.

9.5 b) L'accélération s'écrit $\vec{a} = \dot{v}_x\vec{e_x} + \dot{v}_y\vec{e_y} + \dot{v}_z\vec{e_z}$. On en déduit

$$\begin{cases} \dot{v}_x = 0 \\ \dot{v}_y = 0 \\ \dot{v}_z = g \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = C_2 \\ v_z = gt + C_3. \end{cases}$$

Les conditions initiales imposent $C_1 = v_0$, $C_2 = 0$ et $C_3 = 0$. Finalement, on trouve $\vec{v} = v_0\vec{e_x} + gt\vec{e_z}$.

9.5 c) Le vecteur vitesse s'écrit $\vec{v} = \dot{x}\vec{e_x} + \dot{y}\vec{e_y} + \dot{z}\vec{e_z}$.

Par identification avec l'expression obtenue précédemment, on a

$$\begin{cases} \dot{x} &= v_0 \\ \dot{y} &= 0 \\ \dot{z} &= gt \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} x &= v_0 t + C_4 \\ y &= C_5 \\ z &= \dfrac{1}{2} g t^2 + C_6. \end{cases}$$

Les conditions initiales imposent $C_4 = x_0$, $C_5 = y_0$ et $C_6 = 0$. Finalement, on trouve

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = (v_0 t + x_0)\overrightarrow{e_x} + y_0 \overrightarrow{e_y} + \frac{1}{2} g t^2 \overrightarrow{e_z}.$$

....

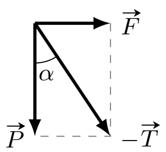
9.6 a) Calculons le carré scalaire :

$$\overrightarrow{T}^2 = (-\overrightarrow{F} - \overrightarrow{P})^2 = F^2 + P^2 + 2\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{P} = 5$$

car $\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{P} = 0$. Par conséquent, $T = \sqrt{5\,\mathrm{N}^2} \simeq 2{,}2\,\mathrm{N}$.

....

9.6 b) Une construction géométrique permet de trouver immédiatement l'angle α :



$$\tan\alpha = F/P \quad \text{soit} \quad \alpha = 0{,}46\,\mathrm{rad}.$$

On peut aussi utiliser les produits scalaires. Par exemple,

$$\overrightarrow{T} \cdot \overrightarrow{F} = T \times F \cos(\pi/2 + \alpha) = -TF \sin\alpha.$$

De plus, compte tenu de l'équilibre des forces, on a

$$\overrightarrow{T} \cdot \overrightarrow{F} = (-\overrightarrow{F} - \overrightarrow{P}) \cdot \overrightarrow{F} = -F^2 - \overrightarrow{P} \cdot \overrightarrow{F} = -F^2.$$

Il en découle $\sin\alpha = F/T$ soit $\alpha = 0{,}46\,\mathrm{rad}$ (c'est-à-dire $\alpha = 26°$).

....

9.7 a) On a $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{T} + \overrightarrow{T'} + \overrightarrow{F}$. La composante horizontale de $\overrightarrow{R}$ vaut

$$R_x = \overrightarrow{R} \cdot \overrightarrow{e_x} = \underbrace{\overrightarrow{T} \cdot \overrightarrow{e_x}}_{-T\cos\theta} + \underbrace{\overrightarrow{T'} \cdot \overrightarrow{e_x}}_{T'\cos\theta} + \underbrace{\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{e_x}}_{0} = (T' - T)\cos\theta.$$

....

9.7 b) La composante verticale de $\overrightarrow{R}$ s'écrit

$$R_y = \overrightarrow{R} \cdot \overrightarrow{e_y} = \underbrace{\overrightarrow{T} \cdot \overrightarrow{e_y}}_{T\sin\theta} + \underbrace{\overrightarrow{T'} \cdot \overrightarrow{e_y}}_{T'\sin\theta} + \underbrace{\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{e_y}}_{-F} = (T' + T)\sin\theta - F.$$

....

9.7 c) Résoudre l'équation vectorielle $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{0}$, c'est résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} (T' - T)\cos\theta &= 0 \\ (T' + T)\sin\theta - F &= 0 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} T' &= T \\ T &= \dfrac{F}{2\sin\theta}. \end{cases}$$

Sachant que $F = 800\,\mathrm{N}$ et $\theta = 20°$, on obtient $T = 1{,}17\,\mathrm{kN}$.

....

9.8 Le principe fondamental de la dynamique impose $m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}$. En projetant la relation précédente suivant la verticale descendante, on obtient $mg - F = ma$ ce qui donne $F = m(g - a) = 1{,}6\,\mathrm{N}$.

....

Fiche n° 10. Particule dans un champ électromagnétique

Réponses

10.1 a) .... $\boxed{6{,}3 \times 10^{18}\,\text{eV}}$

10.1 b) .... $\boxed{1{,}55\,\text{eV}}$

10.1 c) .... $\boxed{5{,}0 \times 10^{-19}\,\text{J}}$

10.1 d) .... $\boxed{\text{violet}}$

Corrigés

10.1 a) On a $1\,\text{eV} = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{J}$, $1\,\text{J} = 1/1{,}6 \times 10^{-19}\text{eV} = 6{,}3 \times 10^{18}\,\text{eV}$.

....

10.1 b) On a $2{,}48 \times 10^{-19}\,\text{J} = 2{,}48 \times 10^{-19}\,\text{J} \times 6{,}3 \times 10^{18}\,\text{eV/J} = 1{,}55\,\text{eV}$.

....

10.1 c) On a $3{,}1\,\text{eV} = 3{,}1\,\text{eV} \times 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{J/eV} = 5{,}0 \times 10^{-19}\,\text{J}$.

....

10.1 d) On peut comparer les énergies en eV : $E_{\text{violet}} = 3{,}1\,\text{eV} > 1{,}55\,\text{eV} = E_{\text{rouge}}$.

....

Fiche n° 11. Gaz parfaits

Réponses

11.1 a) ... $\boxed{62\,\mathrm{L}}$	**11.2** c) ... $\boxed{5{,}5\,\mathrm{m}^3}$	**11.5** b) ... $\boxed{\text{non}}$
11.1 b) ... $\boxed{25\,\mathrm{L}}$	**11.3** ... $\boxed{64\,°\mathrm{C}}$	**11.6** a) ... $\boxed{4\rho_1}$
11.1 c) ... $\boxed{6{,}8\times 10^2\,\mathrm{L}}$	**11.4** a) ... $\boxed{1{,}00\,\mathrm{bar}}$	**11.6** b) ... $\boxed{3{,}7\rho_1}$
11.2 a) ... $\boxed{58\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}}$	**11.4** b) ... $\boxed{1{,}24\,\mathrm{bar}}$	**11.7** ... $\boxed{\dfrac{M_\mathrm{A}}{M_\mathrm{air}}}$
11.2 b) ... $\boxed{1{,}8\times 10^2\,\mathrm{bar}}$	**11.5** a) ... $\boxed{\dfrac{MP}{RT}}$	

Corrigés

11.1 a) On a $PV = nRT$ avec $n = \dfrac{m}{M}$. Ainsi, on a $V = \dfrac{m}{M} \times \dfrac{RT}{P}$. Notez que l'on peut laisser les masses en g si l'on exprime la masse molaire en $\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.

Ainsi, on a $V = \dfrac{100\,\mathrm{g}}{40\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}} \times \dfrac{8{,}314\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}} \times 298{,}15\,\mathrm{K}}{1\times 10^5\,\mathrm{Pa}} = 62\times 10^{-3}\,\mathrm{m^3} = 62\,\mathrm{L}$.

11.1 b) On a $V = \dfrac{32\,\mathrm{g}}{2\times 16\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}} \times \dfrac{8{,}314\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}} \times 298{,}15\,\mathrm{K}}{1\times 10^5\,\mathrm{Pa}} = 24{,}8\times 10^{-3}\,\mathrm{m^3} = 25\,\mathrm{L}$.

11.1 c) On a $V = \dfrac{1\,200\,\mathrm{g}}{(12+2\times 16)\mathrm{g\cdot mol^{-1}}} \times \dfrac{8{,}314\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}} \times 298{,}15\,\mathrm{K}}{1\times 10^5\,\mathrm{Pa}} = 0{,}676\,\mathrm{m^3} = 6{,}8\times 10^2\,\mathrm{L}$.

11.2 a) On a $M_{\mathrm{C_4H_{10}}} = 4\times M_\mathrm{C} + 10\times M_\mathrm{H} = 4\times 12\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}} + 10\times 1\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}} = 58\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.

11.2 b) Si tout le butane était à l'état gazeux dans la bouteille et en admettant qu'il se comporte comme un gaz parfait, la pression qui y règnerait serait de

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{m}{M}\times\frac{RT}{V} = \frac{13\times 10^3\,\mathrm{g}}{58\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}} \times \frac{8{,}314\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}} \times 293{,}15\,\mathrm{K}}{30{,}6\times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}} = 179\times 10^5\,\mathrm{Pa} = 1{,}8\times 10^2\,\mathrm{bar}$$

et la bouteille exploserait... Heureusement qu'une grande partie est à l'état liquide !

11.2 c) En considérant le butane comme gaz parfait, on a

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{m}{M}\frac{RT}{P} = \frac{13\times 10^3\,\mathrm{g}}{58\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}} \times \frac{8{,}314\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}} \times 293{,}15\,\mathrm{K}}{1\times 10^5\,\mathrm{Pa}} = 5{,}5\,\mathrm{m^3}.$$

11.3 D'après la loi des gaz parfaits : $P_1V = nRT_1$ et $P_2V = nRT_2$ ce qui donne à volume constant :

$$T_2 = T_1\frac{P_2}{P_1} = (273,15+20)\mathrm{K} \times \frac{2{,}3\,\mathrm{bar}}{2{,}0\,\mathrm{bar}} = 337\,\mathrm{K} = 64\,°\mathrm{C}.$$

11.4 a) À température constante, le produit PV reste constant d'où

$$P_1V_1 = P_2V_2 \quad \text{avec} \quad V_2 = 1{,}2V_1 \quad \text{d'où} \quad P_2 = \frac{P_1}{1{,}2} = 1{,}0\,\text{bar}.$$

11.4 b) À volume constant le quotient P/T reste constant d'où

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \text{d'où} \quad P_2 = P_1\frac{T_2}{T_1} = 1{,}2 \times \frac{303,15}{293,15} = 1{,}24\,\text{bar}.$$

11.5 a) Par définition, la masse volumique vaut

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{\frac{nRT}{P}} = \frac{MP}{RT}.$$

11.5 b) Assimilons la vapeur d'eau à un gaz parfait : on a alors

$$\rho = \frac{18 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \times 1{,}013 \times 10^{5}\,\mathrm{Pa}}{8{,}314\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \times 373{,}15\,\mathrm{K}} = 0{,}588\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}.$$

Ce résultat est en désaccord avec la mesure.

Au voisinage d'un changement d'état (comme ici, où l'eau est à l'état de vapeur saturante), le modèle du gaz parfait n'est pas valide.

...

11.6 a) La masse volumique d'un gaz parfait s'écrit $\rho = \dfrac{MP}{RT}$. On a donc ici

$$\rho_1 = \frac{MP_1}{RT_1} \quad \text{et} \quad \rho_2 = \frac{MP_2}{RT_1}.$$

Ce qui donne $\rho_2 = \rho_1 \dfrac{P_2}{P_1} = 4\rho_1$.

...

11.6 b) Le même raisonnement mène à $\rho_2 = \rho_1 \dfrac{T_1 P_2}{T_2 P_1} = 3{,}7\rho_1$.

On fera attention au fait que, dans un rapport de températures, celles-ci sont à exprimer en kelvins.

...

11.7 Exprimons la masse volumique en fonction de la masse molaire pour un gaz parfait :

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{mRT}{MP} \quad \text{donc} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}.$$

Ainsi, sous la même pression et la même température, on a

$$d = \frac{\rho_{\mathrm{A}}}{\rho_{\mathrm{air}}} = \frac{PM_{\mathrm{A}}}{PM_{\mathrm{air}}} = \frac{M_{\mathrm{A}}}{M_{\mathrm{air}}}.$$

...